

**МЕТОД ОДНОВРЕМЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ  
ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ  
В ЧАСТОТНОЙ И ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТЯХ**

**А.В. Смирнов**

*МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия*  
*@Автор для переписки, e-mail: avs\_ramb@rambler.ru*

Изложен метод поиска аппроксимаций передаточных функций радиотехнических цепей и устройств, который позволяет решать задачи оптимизации характеристик одновременно в частотной и временной областях. Указанные задачи не могут быть решены аналитическими методами. Поиск осуществляется в пространстве координат полюсов и нулей передаточной функции с помощью эвристического алгоритма, основанного на многократном выполнении локального поиска экстремума целевой функции. На каждом шаге локального поиска производится расчет характеристик, а по ним – показателей качества. В частотной области рассчитываются амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) и фазо-частотная характеристика (ФЧХ), а во временной области – переходная характеристика. Для получения переходной характеристики используется метод пространства состояний, обеспечивающий устойчивость к ошибкам округления. Преимуществами разработанного метода оптимизации являются универсальность и гибкость, обусловленные возможностью изменения набора показателей качества и весовых коэффициентов, с которыми эти показатели входят в целевую функцию. Результатом оптимизации является не отдельное решение, а множество оптимальных по Парето решений, из которых можно выбрать наиболее подходящее. Рассмотрены примеры решения задачи оптимизации переходной характеристики при условии выполнения требований к АЧХ в полосе задерживания. Найденные аппроксимации превосходят по характеристикам фильтры Бесселя и Баттерворта.

**Ключевые слова:** оптимизация, целевая функция, показатель качества, передаточная функция, амплитудно-частотная характеристика, переходная характеристика, межсимвольные искажения.

**METHOD OF SIMULTANEOUS OPTIMIZATION OF RADIO  
DEVICES PERFORMANCE IN FREQUENCY AND TIME DOMAINS**

**A.V. Smirnov**

*MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia*  
*@Corresponding author e-mail: avs\_ramb@rambler.ru*

A new method of searching for optimal transfer functions of radio circuits and devices was developed. This method allows optimizing performance in the frequency and time domain simultaneously. These tasks cannot be solved by analytical methods. The searching was performed in the coordinatespace of transfer function poles and zeros. The heuristic algorithm of multistart local search type was applied. Computation of transfer function, gain and transient response and goal function was implemented at each step of local search. In order to compute transient response the state space method was employed. This method provides robustness to rounding errors. The proposed method has the advantages of universality and flexibility due to the fact that it allows varying the set of quality parameters and their weighted coefficients in the goal function. Another advantage of this method is its capability of searching a set of Pareto-optimal solutions, from which we can select the most suitable one. Some examples of the transient function optimization under conditions of gain-frequency response in the stop-band are considered. The found approximations have performance exceeding that of the Bessel and Butterworth filters.

**Keywords:** optimization, goal function, quality parameter, transfer function, gain-frequency response, phase response, transient response.

### Введение

Свойства радиотехнических цепей и устройств описываются рядом характеристик. В частотной области определены амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) – зависимость модуля коэффициента передачи от частоты  $K(f)$  и фазочастотная характеристика (ФЧХ) – зависимость фазового сдвига от частоты  $\Delta\varphi(f)$ . Во временной области применяют импульсную характеристику (ИХ)  $h(t)$  – изменение напряжения на выходе устройства при подаче на его вход дельта-функции  $\delta(t)$  и переходную характеристику (ПХ)  $g(t)$  – изменение напряжения на выходе при подаче на вход функции включения  $\sigma(t)$ . Все эти характеристики могут быть получены из передаточной функции (ПФн), называемой также операторным коэффициентом передачи [1]. ПФн электрической цепи, содержащей элементы с сосредоточенными параметрами, имеет вид

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}, \quad (1)$$

где  $N(p)$  и  $D(p)$  – полиномы степеней  $NZ$  и  $NP$ , корни которых являются, соответственно, нулями и полюсами ПФн.

Оптимизация какой-либо из перечисленных характеристик заключается в минимизации или максимизации одного или нескольких показателей качества (ПоК), рассчитываемых по этой характеристике. Определения некоторых ПоК будут даны в дальнейшем изложении.

В частотной области известны аналитические решения, дающие оптимальные по некоторым ПоК АЧХ, такие, как фильтры Баттерворта, Чебышева, эллиптические. В результате оптимизации ФЧХ получаются фильтры Бесселя. Известны также аналитические решения, обеспечивающие одновременную оптимизацию АЧХ и ФЧХ для некоторых частных случаев [2]. Значительно расширить возможности поиска оптимальных решений позволяет применение численных эвристических алгоритмов оптимизации [3, 4].

Одним из вариантов оптимизации характеристик во временной области является получение минимальных межсимвольных искажений (МСИ). Теоретически МСИ устраняются, если ИХ устройства пересекает нулевой уровень в моменты времени, совпадающие с границами тактовых интервалов. Этому условию удовлетворяют идеальный фильтр нижних частот (ФНЧ), а также ФНЧ с АЧХ типа «приподнятый косинус» и некоторые другие [5]. Такие ФНЧ не могут быть точно реализованы схемными средствами. Поэтому задачей оптимизации является поиск реализуемой ПФн, дающей ИХ, точки пересечения которой с нулевым уровнем максимально приближены к требуемым положениям [6, 7].

Другой подход к оптимизации ИХ и ПХ заключается в минимизации их отличий от заданных функций. В числе используемых методов – линейное программирование, модификации алгоритмов Ремеза и др. [8]. Как правило, известные решения пригодны в некоторых частных случаях или требуют упрощения задачи, например, линеаризации в окрестности стартовой точки поиска.

Значительный интерес представляет одновременная оптимизация характеристик радиотехнических устройств в частотной и временной областях. Во многих практических задачах требуется обеспечить минимальные МСИ или другие искажения формы передаваемых сигналов и, одновременно, ограничить уровень спектра этих сигналов за пределами выделенной полосы частот. Такая задача, очевидно, является многокритериальной, поэтому возможности аналитических методов ограничены. Как примеры аналитических решений можно привести работы [2, 9], в которых для обеспечения минимальных искажений формы сигнала минимизируют нелинейность ФЧХ в полосе пропускания (ПП) с выполнением при этом требований к АЧХ в полосе задерживания (ПЗ). Однако сами ИХ и ПХ при этом не анализируются.

При использовании методов линейного программирования одновременная оптимизация в частотной и временной области в принципе возможна, причем неравенства, относящиеся к двум областям, объединяются в одну систему [8]. Однако указанные выше ограничения, связанные с нелинейностью задачи, остаются в силе.

В последние годы для исследования и оптимизации различных характеристик радиотехнических устройств все шире применяют эвристические методы, которые позволяют решать задачи многокритериальной оптимизации в случае сложного рельефа целевой функции (ЦФ) [10]. Применяются такие подходы и в задачах оптимизации частотных и временных характеристик [11, 12]. Однако известные решения относятся к частным случаям.

Цель данной работы – разработать и реализовать метод оптимизации характеристик радиотехнических устройств одновременно в частотной и временной областях, позволяющий использовать различные наборы ПоК и, следовательно, находить оптимальные решения при различных требованиях к устройству. Для достижения поставленной цели метод, основанный на эвристическом алгоритме поиска оптимальных по Парето решений и использованный ранее для оптимизации аппроксимаций ПФн в частотной области [3, 4], расширен на временную область.

### Описание метода

Определим ЦФ в виде

$$GF = \sum_{k=1}^N |S_k - S_k^t| \cdot W_k. \quad (2)$$

здесь  $S_k$  – значение  $k$ -го ПоК;

$S_k^t$  – его целевое (*target*) значение;

$W_k$  – соответствующий весовой коэффициент, значение которого зависит от знака разности полученного и целевого значений ПоК в соответствии с правилом

$$W_k = \begin{cases} W_k^+ & \text{при } S_k > S_k^t; \\ W_k^- & \text{при } S_k < S_k^t. \end{cases} \quad (3)$$

Рассмотрим набор ПоК, использовавшихся в данной работе. Частотные характеристики определялись на нормированной оси частот  $F$ . При этом рассматривался случай ФНЧ с нормированной частотой среза  $F_c = 1$ . Аналогично работам [3, 4] для частотной области определены следующие ПоК.

1. Максимальная неравномерность АЧХ в ПП, измеряемая в дБ:

$$DHpmx = 20 \lg \left( \frac{\max(K(F))}{\min(K(F))} \right), \quad 0 \leq F \leq 1. \quad (4)$$

2. Максимальное значение АЧХ в ПЗ, выраженное в дБ:

$$Hsmx = 20 \lg(\max(K(F))), \quad F_s \leq F \leq \infty. \quad (5)$$

здесь  $F_s$  – нижняя граница ПЗ. В расчетах верхнюю границу ПЗ брали равной некоторому конечному значению  $F_M$ .

3. Максимальное превышение АЧХ над заданным уровнем  $K^t(F)$  в полосе перехода между ПП и ПЗ, выраженное в дБ:

$$DHtmx = \max \left( 20 \lg \frac{K(F)}{K^t(F)} \right), \quad 1 \leq F \leq F_s. \quad (6)$$

4. Максимальное значение относительной неравномерности времени задержки в ПП, рассчитываемое как относительная дифференциальная нелинейность ФЧХ:

$$DTdmx = 2 \cdot \frac{\max(d\varphi(F)) - \min(d\varphi(F))}{\max(d\varphi(F)) + \min(d\varphi(F))}, \quad 0 \leq F \leq 1. \quad (7)$$

здесь  $d\varphi$  – абсолютная величина приращения фазового сдвига при фиксированном малом приращении частоты  $dF$ .

Во временной области использовались ПоК, обычно применяемые в качестве параметров ПХ [13], а именно: длительность переходного процесса  $Tt$  и максимальный выброс ПХ (перерегулирование)  $DUmX$ . При этом длительность  $Tt$  разделяется на три составляющих: длительность задержки  $Tdel$ , длительность фронта  $Tfr$  и длительность колебательного процесса  $Tosc$  (рис. 1).

Пороги  $DUdel$ ,  $DUfr$ ,  $DUosc$ , определяющие границы этих интервалов, задаются независимо друг от друга. Окончанием колебательной составляющей переходного процесса считается момент времени, когда значение ПХ в последний раз выходит за границы

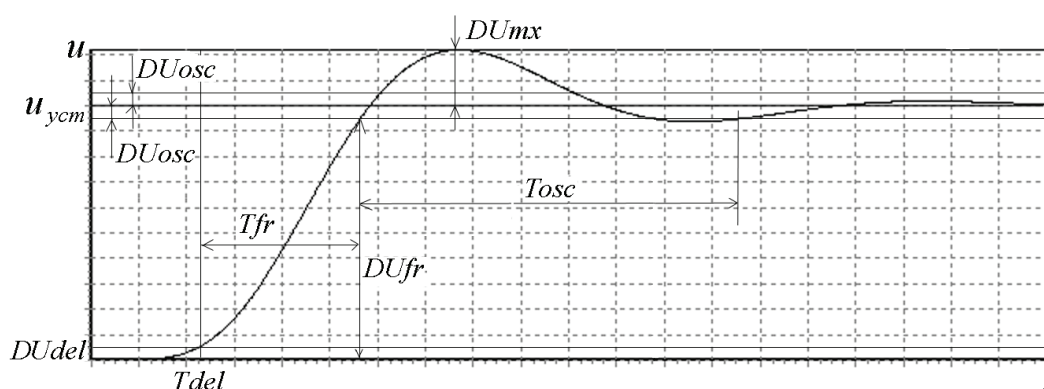


Рис. 1. Определения показателей качества переходной характеристики.

интервала  $(u_{уст} - DU_{osc}, u_{уст} + DU_{osc})$ . Для учета вклада какого-либо ПоК в ЦФ соответствующему весовому коэффициенту присваивается значение, отличное от нуля.

Перейдем к описанию метода поиска. Поиск производится в пространстве координат полюсов и нулей  $\{\mathbf{P}, \mathbf{Z}\}$  ПФн. Такой подход позволяет обеспечивать физическую реализуемость ПФн путем задания ограничений на возможные значения этих координат. Решением является точка  $\{\mathbf{P}_{опт}, \mathbf{Z}_{опт}\}$ , в которой достигается глобальный минимум ЦФ (1).

Рассматриваемая задача оптимизации относится к многокритериальным. Ее полным решением является множество решений, оптимальных по Парето. Решение является Парето-оптимальным, если любое его изменение, дающее улучшение какого-либо ПоК, приводит к ухудшению хотя бы одного из остальных ПоК. Множество Парето-оптимальных решений образует в пространстве значений ПоК фронт Парето (ФП). Для получения множества точек ФП использовали метод декомпозиции, основанный на задании разных наборов значений весовых коэффициентов в (2) [14].

Как показали эксперименты, ЦФ решаемой задачи имеет сложный рельеф с большим количеством локальных экстремумов. В связи с этим для поиска глобального экстремума нами применен метод адаптивного мултистарта, в основном подобный использовавшемуся в работах [3, 4]. При достаточно большом количестве запусков локального поиска такой метод с высокой вероятностью дает решение, близкое к глобальному минимуму ЦФ.

Структура алгоритма поиска глобального экстремума ЦФ приведена на рис. 2. Алгоритмы задания стартовых точек  $(\mathbf{P}_0, \mathbf{Z}_0)$  и поиска локального экстремума SearchLocOpt аналогичны описанным в [4]. Используется прямой поиск минимума ЦФ с изменением шага смещения в зависимости от хода поиска и заданных параметров.

На каждом шаге локального поиска после задания координат очередной точки  $\{\mathbf{P}, \mathbf{Z}\}$  выполняется расчет АЧХ, ФЧХ, ПХ, по которым определяются значения ПоК. Значения АЧХ и ФЧХ рассчитываются для множества значений частоты  $F_n$  в интервале  $(0, F_M)$  как

$$K(F_n) = |H(p = jF_n)|, \quad \Delta\varphi(F_n) = \arg(H(p = jF_n)). \quad (8)$$

Каких-либо принципиальных сложностей эти вычисления не создают.

Расчет ПХ не столь тривиален. Как известно [1], ПХ связана с ПФн соотношением

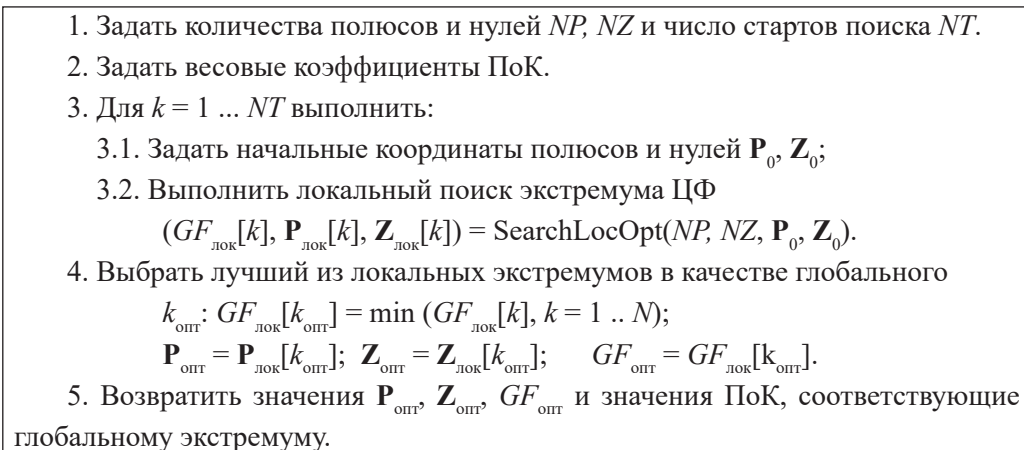


Рис. 2. Структура алгоритма поиска глобального экстремума.

$$h(t) = L^{-1}\left(\frac{H(p)}{p}\right), \quad (9)$$

где  $L^{-1}(X(p))$  – обратное преобразование Лапласа.

Разложив  $H(p)$  на простые дроби и применив к каждой из них преобразование (9), получают выражение для  $h(t)$  в виде суммы относительно простых слагаемых [15]. Однако такой путь во многих случаях приводит к чрезвычайно высокой чувствительности результатов расчета к погрешностям задания координат  $\{\mathbf{P}, \mathbf{Z}\}$  вследствие близости значений знаменателей некоторых из простых дробей к нулю. Поэтому для расчета ПХ был применен метод пространства состояний, основанный на решении системы дифференциальных уравнения первого порядка [16].

Система уравнений метода пространства состояний записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{X}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}; \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\mathbf{X}$  – вектор внутренних переменных, описывающих состояние системы; размерность  $\mathbf{X}$  равна порядку дифференциального уравнения, описывающего систему, то есть порядку  $NP$  знаменателя ПФн (1); матрица  $\mathbf{A}$  имеет размер  $NP \times NP$ ;  $\mathbf{U}$  – вектор входных воздействий;  $\mathbf{Y}$  – вектор выходных переменных.

При наличии у системы одного входа и одного выхода, как в случае обычного электрического фильтра или усилителя, переменные  $U$  и  $Y$  скалярные,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{C}$  –  $NP$ -мерные векторы, а  $D$  – скаляр.

Как следует из определений ПоК для временной области (рис. 1), для получения их значений необходимо и достаточно рассчитать значения ПХ до конца интервала  $T_{osc}$ . Этот момент времени заранее не известен. Поэтому в разработанном алгоритме ведется расчет ПХ отсчет за отсчетом и одновременно контролируются переходы через пороговые уровни, показанные на рис. 1, до тех пор, пока не будет достигнут конец интервала  $T_{osc}$ .

Это позволяет не выполнять лишних расчетов. Упрощенная структура алгоритма показана на рис. 3. Отображена только основная ветвь, по которой выполняется расчет при наличии выброса и колебательной составляющей ПХ. Для случая монотонной ПХ предусмотрен контроль скорости нарастания ПХ после пересечения уровня  $DUfr$  с целью обнаружения отсутствия колебаний и прекращения в этом случае дальнейшего расчета.

1. Рассчитать параметры модели пространства состояний  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $D$ .
2. Задать начальную точку  $t = 0$ ,  $\mathbf{h}(0) = 0$ .
3. Рассчитывать отсчеты  $h(t)$ , пока не будет выполнено  $h(t) \geq DUdel$ . Сохранить  $Tdel$ .
4. Рассчитывать отсчеты  $h(t)$ , пока не будет выполнено  $h(t) \geq DUfr$ . Сохранить  $Tfr$ .
5. Рассчитывать отсчеты  $h(t)$ , пока не будет найден максимум  $h(t)$ . Сохранить  $DUmx$ .
6. Искать следующие экстремумы  $h(t)$ , пока два последних найденных экстремума не окажутся в интервале  $(1 - DUosc, 1 + DUosc)$ . Одновременно сохранять значение времени в переменной  $Tex = t$ , пока  $h(t)$  выходит за границы этого интервала.
8. Рассчитать и сохранить  $Tosc = Tex - Tdel - Tfr$ .

Рис. 3. Структура алгоритма расчета ПХ и получаемых из нее ПоК.

Расчет параметров модели пространства состояний по значениям полюсов и нулей ПФн осуществляли методом, аналогичным использованному в функции *zp2ss.m* модуля *Signal Processing Toolbox* программной системы MATLAB<sup>1</sup>. При этом равенство единице установившегося значения ПХ обеспечивалось умножением значений  $\mathbf{C}$  и  $D$  на нормирующий коэффициент

$$K_n = \frac{\prod_{m=1}^{NP} P_m}{\prod_{m=1}^{NZ} Z_m}, \quad (11)$$

где  $P_m$ ,  $Z_m$  – значения полюсов и нулей ПФн (1).

Вычисление отсчетов ПХ в соответствии с системой уравнений (10) выполняли модифицированным методом Эйлера [17].

Изложенный метод реализован в виде программы SOFTD (*Simultaneous Optimization in Frequency and Time Domains*) на языке C++ в системе Borland C++ Builder. На рис. 4 показан фрагмент окна программы. В левом верхнем углу задаются количества полюсов  $NP$  и нулей  $NZ$  ПФн, а также число нулей в правой полуплоскости  $NDZ$  и число действительных нулей  $NRZ$ . При установке флажка  $Re(Z) = 0$  действительные части всех нулей обнуляются.

Ниже (рис. 4) расположена таблица задания и отображения ПоК. В столбце  $St$  задается целевое значение ПоК, в двух следующих столбцах – весовые коэффициенты. В столбце  $S$  отображается значение ПоК в процессе поиска оптимума, в последнем столбце – вклад, который этот ПоК вносит в значение ЦФ. Значение  $Hsmx$  (в дБ) отображается без знака минус. В столбце  $Sel$  отмечаются ПоК, которые рассчитываются. При этом значение рассчитываемого ПоК не будет учитываться в ЦФ, если соответствующие весовые коэффициенты заданы равными нулю, но будет отображаться в таблице. Исключение

<sup>1</sup>URL: <http://www.mathworks.com>.

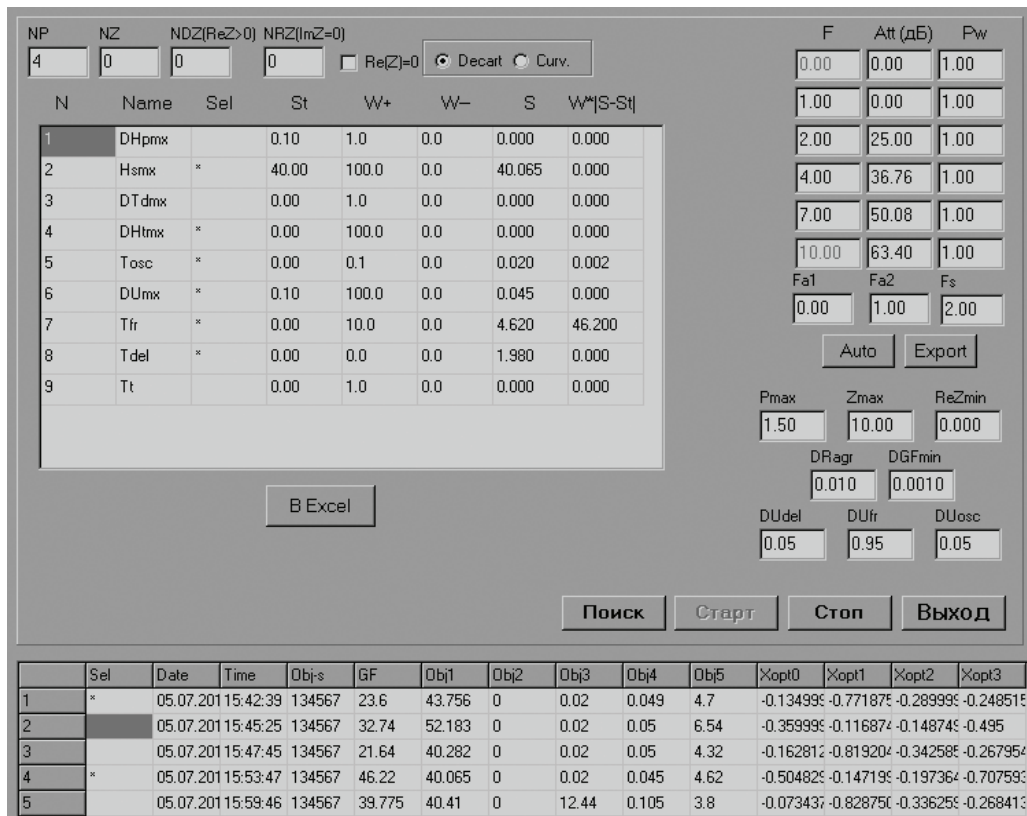


Рис. 4. Фрагмент окна программы SOFTD.

расчета ненужных ПоК позволяет уменьшать затраты времени на поиск решения. В ПоК  $Tt$  суммируются значения  $Tdel$ ,  $Tfr$  и  $Tosc$  или часть из них по выбору.

Справа (рис. 4) расположена таблица задания кусочно-линейной аппроксимации желаемой АЧХ (в дБ без знака минус). Нормированные частоты  $Fa1$  и  $Fa2$  показывают границы ПП, а частота  $Fs$  – нижнюю границу ПЗ. Значения  $DUdel$ ,  $DUfr$  и  $DUosc$  задают пороги при определении ПоК по ПХ (рис. 1).

Ниже (рис. 4) расположена таблица результатов поиска. После окончания поиска в ней отображается строка, содержащая номера вычислившихся ПоК (столбец  $Obj-s$ ), значения ЦФ и ПоК, координаты полюсов и нулей ПФн для найденного оптимального решения. Программа имеет функцию построения графиков АЧХ, ФЧХ и ПХ по данным строк, выделенных флажками в столбце  $Sel$ . Содержимое таблицы экспортируется в Excel для хранения и обработки. Предусмотрен также импорт ранее сохраненных данных из Excel для построения АЧХ и ПХ.

Остальные части окна программы SOFTD содержат настройки режимов поиска и другие элементы интерфейса.

### Результаты экспериментов

Чтобы продемонстрировать возможности разработанного метода, рассмотрим решение упомянутой выше задачи оптимизации ПХ при выполнении требований к АЧХ в ПЗ. В первой серии экспериментов минимизировалась суммарная длительность переходного процесса  $Tt$  для ФНЧ с  $NP = 4, 5, 6$  и  $NZ = 0$ . Во всех опытах задавались следующие па-



параметры: нижняя граница ПЗ  $F_s = 2$ ; пороги  $DU_{del} = 0.05$ ;  $DU_{fr} = 0.95$ ;  $DU_{osc} = 0.05$ ; целевые значения  $DH_{tmx}^t = 0$  и  $DU_{mx}^t = 0.1$ . Целевое значение  $H_{smx}^t$  варьировалось в пределах от 20 до 70 дБ с шагом в 5 дБ. Весовые коэффициенты  $W^+$  для трех указанных ПоК задавались равными 100, чтобы вносить в ЦФ штрафы за превышение целевых значений и, тем самым, обеспечить фиксацию этих ПоК на требуемых уровнях. Для минимизируемой длительности  $Tt$  установлен весовой коэффициент  $W^+ = 1$ . Остальные ПоК не учитывались.

Для каждой комбинации параметров выполнялось два цикла по 250 стартов локального поиска. На компьютере с процессором Intel Core 2 с тактовой частотой 1.87 ГГц и ОЗУ объемом 2 ГБ при  $NP = 4$  выполнение одного цикла занимало около 3 мин. На рис. 5 приведены серии точек, полученных в экспериментах.

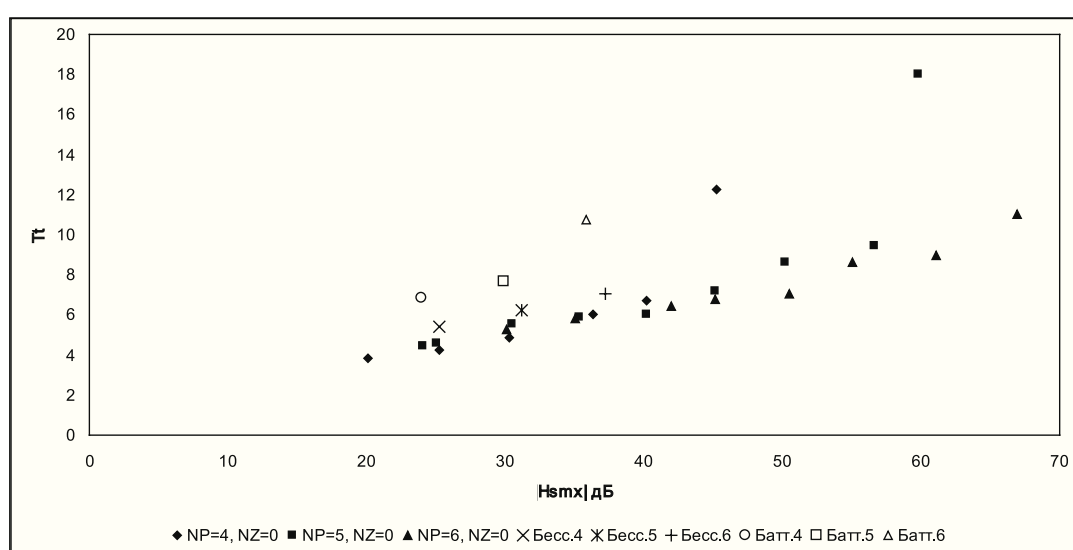


Рис. 5. Результаты оптимизации длительности переходного процесса  $Tt$ .

График для каждого значения  $NP$  является проекцией фронта Парето задачи одновременной оптимизации в частотной и временной областях на плоскость  $(H_{smx}, Tt)$ . При повышении качества АЧХ – увеличении затухания в ПЗ снижается качество ПХ – растет длительность переходного процесса. На рис. 5 показаны также точки, отображающие значения  $H_{smx}$  и  $Tt$  фильтров Баттерворта и Бесселя 4-го, 5-го и 6-го порядков. Видно, что фильтры Бесселя по своим характеристикам близки к найденным оптимальным аппроксимациям, в то время как фильтры Баттерворта заметно уступают им. Что касается фильтров Чебышева, то для них длительность  $Tt$  значительно больше, и соответствующие им точки на рис. 5 не показаны.

Приведенные результаты демонстрируют преимущество предлагаемого метода. Если для каждого значения порядка  $NP$  для фильтров Бесселя существует только одно сочетание  $H_{smx}$  и  $Tt$ , то разработанный метод при заданном  $NP$  позволяет найти множество возможных решений, задавая разные целевые значения  $H_{smx}$ , и выбрать наиболее подходящую аппроксимацию ПФн.

Отметим также, что на рис. 5 точки, соответствующие разным значениям порядка  $NP$  оптимальных ПФн, до  $H_{smx} \approx 40$  дБ лежат приблизительно на одной линии. Правее

значения  $Hsmx$ , равного 40 дБ, уходит вверх от общей линии зависимость для  $NP = 4$ , а после значения 55 дБ – зависимость для  $NP = 5$ . Оказывается, при выбранном в данном случае наборе ПоК увеличение порядка фильтра целесообразно только выше определенного значения  $Hsmx$ .

Графики АЧХ и ПХ для ФНЧ 4-го порядка показаны на рис. 6. Линии с 1 по 6 соответствуют значениям  $Hsmx$ , приблизительно равным 20, 25, 30, 35, 40 и 45 дБ. Можно заметить, что формы некоторых АЧХ отличаются от привычных АЧХ фильтров Баттерворта, Чебышева и др. Таковы результаты поиска оптимальных решений. В то же время формы всех ПХ выглядят вполне ожидаемо.

В следующей группе экспериментов при сохранении остальных условий минимизировалась сумма  $Tfr + Tosc$ , а величина  $Tdel$  была исключена из рассмотрения. Результаты поиска приведены на рис. 7. По сравнению с рис. 5 здесь можно отметить некоторые особенности:

- 1) наблюдается преимущество найденных оптимальных аппроксимаций по отношению к фильтрам Бесселя;
- 2) для фильтров 5-го порядка отсутствует резкий подъем графика при увеличении  $Hsmx$ . Можно сделать вывод, что поисковый алгоритм находит решения, в которых минимизируемая сумма уменьшается за счет увеличения длительности задержки.

Далее сравним графики АЧХ и ПХ для рассматриваемого случая с соответствующими графиками характеристик, полученных при минимизации полной длительности переходного процесса (рис. 8).

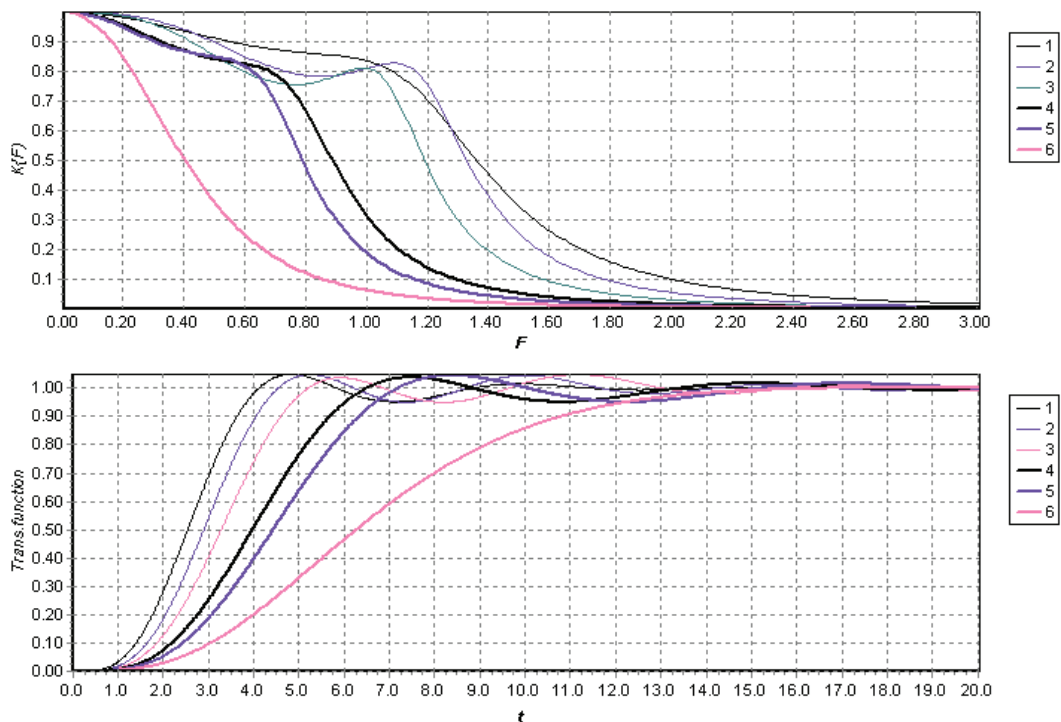


Рис. 6. Графики АЧХ и ПХ ФНЧ 4-го порядка при разных значениях  $Hsmx$ .

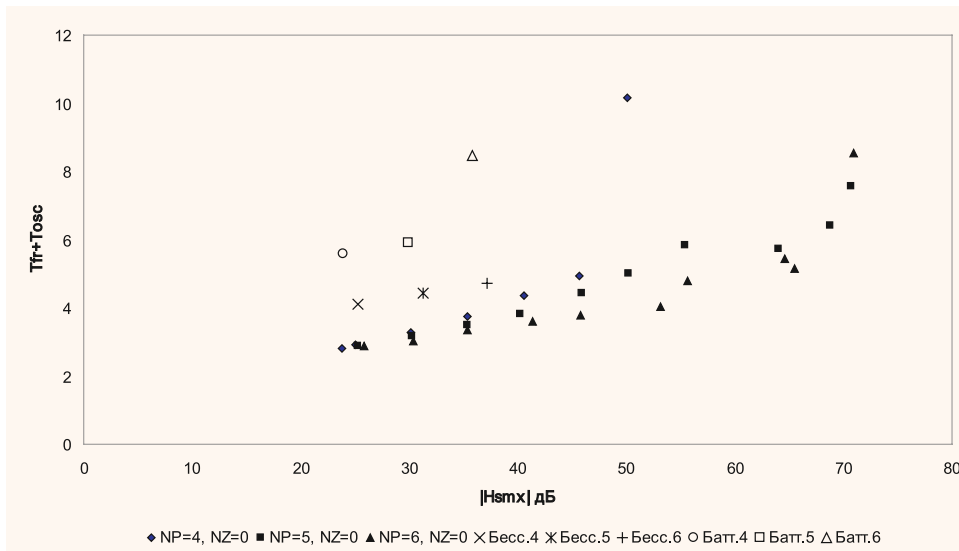


Рис. 7. Результаты оптимизации суммы интервалов времени  $T_{fr} + T_{osc}$ .

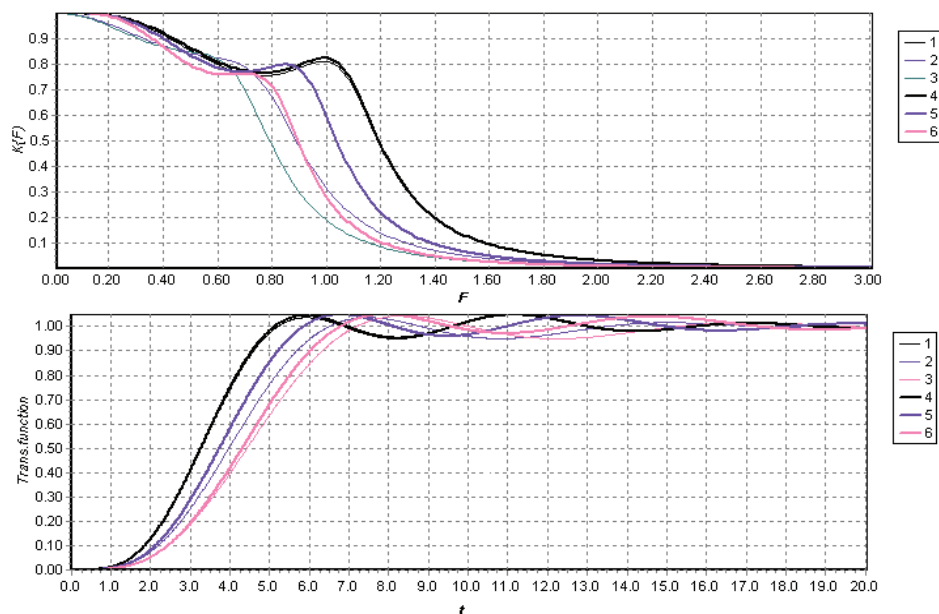


Рис. 8. АЧХ и ПХ, полученные в результате минимизации суммы  $T_{fr} + T_{osc}$  при  $NP = 4$ .

Графики 1, 2 и 3 на рис. 8 совпадают с графиками 3, 4 и 5 на рис. 6, полученными в результате минимизации полной длительности переходного процесса  $Tt$  при значениях  $Hsmx$ , равных 30, 35 и 40 дБ, а графики 4, 5 и 6 – получены в результате минимизации суммы  $T_{fr} + T_{osc}$  при таких же значениях  $Hsmx$ . При  $Hsmx = 30$  дБ графики для двух случаев совпадают. При других значениях  $Hsmx$  виден выигрыш в длительности фронта, достигаемый при исключении из оптимизируемой величины длительности задержки  $Tdel$ . Таким образом, выбирая ПоК для оптимизации, удастся улучшить ПХ.

Рассмотрим далее АЧХ и ПХ фильтров 5-го порядка, найденных при минимизации суммы  $T_{fr} + T_{osc}$  (рис. 9). Графики 1–6 соответствуют значениям  $Hsmx \approx 30, 40, 50, 55, 65$  и 70 дБ. В первую очередь, обращает на себя внимание 5-ая АЧХ, полученная при  $Hsmx \approx 65$  дБ и имеющая узкий пик. Соответствующая ПХ имеет длительность  $T_{fr}$ ; практиче-

ски такую же, как 4-я ПХ, полученная при затухании, меньшем на 10 дБ. Такое быстрое нарастание ПХ достигается за счет медленного затухания колебательной составляющей переходного процесса, которое обусловлено высокой добротностью резонанса, соответствующего пику АЧХ. При этом амплитуда колебательной составляющей не превышает значения  $DU_{osc}$ , так что поисковый алгоритм определяет окончание переходного процесса сразу после пересечения уровня  $DU_{fr}$ :

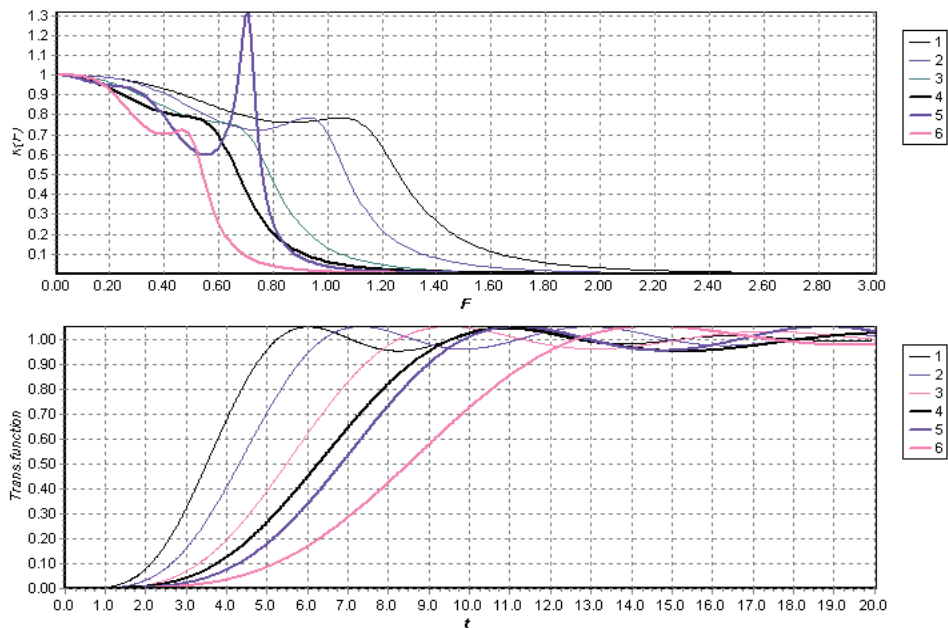


Рис. 9. АЧХ и ПХ, полученные в результате минимизации суммы  $T_{fr} + T_{osc}$  при  $NP = 5$ .

Указанный случай служит примером того, как эвристический алгоритм может найти решение, которое формально соответствует заданным условиям, но выглядит необычным и неожиданным. Такие особенности эвристических алгоритмов отмечались многими специалистами, работающими в данной области [18].

### Заключение

Как видно из представленных результатов, разработанный метод позволяет решать задачи оптимизации характеристик радиотехнических цепей и устройств, недоступные аналитическим методам. Описанные эксперименты демонстрируют лишь небольшую часть возможностей метода. Даже оставаясь в рамках приведенного выше набора из 9-ти ПоК, можно выбирать те или иные показатели и задавать различные их целевые значения и весовые коэффициенты. Например, получить серии аппроксимаций с различными соотношениями выброса  $DU_{mx}$  и длительности нарастания  $T_{fr}$  или добавить ограничение на неравномерность АЧХ в ПП. При этом, как уже отмечалось, можно находить любые точки фронта Парето, добиваясь наилучшего соответствия предъявляемым требованиям.

Дальнейшее расширение круга решаемых задач может быть достигнуто введением новых ПоК. В этом направлении необходимо продолжение и развитие исследований. Логично предположить, что будет полезно выявить ПоК, рассчитываемые по ПХ и характеризующие величину МСИ. Другая перспективная задача – связать параметры ПХ с искажениями формы импульсов, приводящими к потере информации, заключенной в

этой форме, и выработать методы расчета соответствующих ПоК. Наконец, можно предпринять попытку связать ПоК, характеризующие АЧХ и ПХ, с частотой ошибок на выходе линии связи, имеющей такие характеристики.

### Литература:

1. Нефедов В.И., Сигов А.С. Основы радиоэлектроники и связи: Учебное пособие / Под ред. В.И. Нефедова. М.: Высшая школа, 2009. 735 с.
2. Роудз Дж. Теория электрических фильтров: Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1980. 240 с.
3. Смирнов А.В. Оптимальные по Парето аппроксимации передаточных функций электрических фильтров // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. № 5-1 (76). Часть 1. С. 74–78.
4. Смирнов А.В. Метод поиска оптимальных дробно-чебышевских аппроксимаций АЧХ // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2018. № 3. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/mar18/7/text.pdf>.
5. Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
6. Nader S., Lind L. Optimal data transmission filters // IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1979. V. 26. Iss. 1. P. 36–45.
7. Huber K. A design method for pulse shaping filters having small intersymbol interference // IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1987. V. 34. Iss. 9. P. 1137–1138.
8. Ланне А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей. М.: Связь, 1969. 294 с.
9. Baher H., Beneat J. Design of analog and digital data transmission filters // IEEE Trans. on Circuits and Systems I. Fundamental Theory and Applications. 1993. V. 40. Iss. 7. P. 449–460.
10. Смирнов А.В. Перспективы применения эвристических методов оптимизации при проектировании радиотехнических и телекоммуникационных устройств и систем // Российский технологический журнал. 2017. Т. 5. № 6. С. 20–33. URL: <https://rtj.mirea.ru/journal-archive/2017/volume-5-number-6/>.
11. Walczak K. Multicriteria design of digital filter with evolutionary optimization // IEEE Int. Symp. on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT), 14-17 Dec. 2011. P 331–335.
12. Torres-Ferrera P., Ferrero V., Valvo M., Gaudino R. Impact of the overall electrical filter shaping in next-generation 25G and 50G PON. URL: <https://arxiv.org/pdf/1801.08584>, 25 Jan. 2018.
13. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления: Учебное пособие. 2-е изд. М.: Наука, 1989. 304 с.
14. Zhang Q., Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition // IEEE Trans. on Evolutionary Computation. Jun. V. 11. № 6. P. 712–731.
15. Улахович Д.А. Основы теории линейных электрических цепей: Учебное пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2009. 816 с.
16. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учеб.-ник. М.: Высшая школа, 1996. 638 с.
17. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: Учебное пособие /

Под ред. Б.П. Демидовича. 3-е изд. М.: Наука, 1967. 368 с.

18. Lehman J., Clune J., Misevic D. [et al.] The surprising creativity of digital evolution. URL: <https://arxiv.org/pdf/1803.03453>, 09 Mar. 2018.

### References:

1. Nefedov V.I., Sigov A.S. Basic of radio electronics and communications. Editor V.I. Nefedov. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 2009. 735 p. (in Russ.).
2. Rhodes J.D. Theory of electrical filters: John Wiley & Sons, 1976. 240 p.
3. Smirnov A.V. Pareto-optimal approximations of electric filters transfer functions. *Aktual'nyye problemy gumanitarnykh i yestestvennykh nauk* (Actual Problems of the Humanities and Natural Sciences). 2015; 05(76), Part 1: 74-78. (in Russ.).
4. Smirnov A.V. Method of searching for optimal gain-frequency characteristics approximations with Chebyshev rational functions. *Zhurnal radioelektroniki* (Journal of Radio Electronics) [electronic journal]. 2018; (3). (in Russ.). URL: <http://jre.cplire.ru/jre/mar18/7/text.pdf>.
5. Proakis J.G. Digital communications: McGraw-Hill, 1995. 800 p.
6. Nader S., Lind L. Optimal data transmission filters. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*. 1979; 26(1): 36-45.
7. Huber K. A design method for pulse shaping filters having small intersymbol interference. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*. 1987; 34(9): 1137-1138.
8. Lanne A.A. Optimal synthesis of linear electric circuits. Moscow: Sviaz' Publ., 1969. 294 p. (in Russ.)
9. Baher H., Beneat J. Design of analog and digital data transmission filters. *IEEE Trans. on Circuits and Systems I. Fundamental Theory and Applications*. 1993; 40(7): 449-460.
10. Smirnov A.V. The perspectives of heuristic optimization methods employment in a development of radio and telecommunication devices and systems. *Rossiyskiy tekhnologicheskii zhurnal* (Russian Technological Journal). 2012; 5(6): 20-33. (in Russ.) URL: <https://rtj.mirea.ru/journal-archive/2017/volume-5-number-6/>.
11. Walczak K. Multicriteria design of digital filter with evolutionary optimization. *IEEE Int. Symp. on Signal Processing and Information Technology* (ISSPIT), 14-17 Dec. 2011: 331- 335.
12. Torres-Ferrera P., Ferrero V., Valvo M., Gaudino R. Impact of the overall electrical filter shaping in next-generation 25G and 50G PON. URL: <https://arxiv.org/pdf/1801.08584>, 25 Jan. 2018.
13. Popov E.P. Theory of linear systems of automation adjustment and control. The 2nd edition. Moscow: Nauka Publ., 1989. 304 p. (in Russ.).
14. Zhang Q., Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *Trans. on Evolutionary Computation*. 2007. 11(6): 712-731.
15. Ulakhovich D.A. Basic of linear electric circuits theory. Saint-Petersburg: BHV-Peterburg Publ., 2009. 816 p. (in Russ.)
16. Bessonov L.A. Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1996. 638 p. (in Russ.)
17. Demidovich B.P., Maron I.A., Shuvalova E.Z. Numerical methods of analysis. Functions

approximation. Differential and integral equations. Ed. by B.P. Demidovich. The 3rd edition. Moscow: Nauka Publ., 1967. 368 p. (in Russ.)

18. Lehman J., Clune J., Misevic D. [et al.] The surprising creativity of digital evolution. URL: <https://arxiv.org/pdf/1803.03453>, 09 Mar. 2018.

**Об авторе:**

**Смирнов Александр Витальевич**, кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры телекоммуникаций и радиотехники Института радиотехнических и телекоммуникационных систем ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

**About the author:**

**Alexander V. Smirnov**, Docent, Ph.D. (Engineering), Professor of the Chair of Telecommunications and Radio Techniques, Institute of Radio Engineering and Telecommunication Systems, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

**Для цитирования:** Смирнов А.В. Метод одновременной оптимизации характеристик электрических фильтров в частотной и временной областях // Российский технологический журнал. 2018. Т. 6. № 6. С. 13–27. DOI: 10.32362/2500-316X-2018-6-6-13-27

**For citation:** Smirnov A.V. Method of simultaneous optimization of radio devices performance in frequency and time domains. *Rossiyskiy tekhnologicheskiy zhurnal* (Russian Technological Journal). 2018; 6(6): 13-27. (in Russ.). DOI: 10.32362/2500-316X-2018-6-6-13-27