

УДК 29.33.39

СИНТЕЗ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР

Киселев Г.Л., д.т.н., профессор, МГТУ МИРЭА, Email: kisselev@mail.ru
Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрен новый подход к синтезу структуры слоев, когда структура слоев находится как результат применения обратного оператора к заданной амплитудно-фазовой спектральной характеристике. Для решения задач проектирования по заданным энергетическим характеристикам предложено восстановление фазовой информации с использованием преобразования Гильберта к логарифму модуля амплитудно-частотной характеристики. Приведены алгоритмы идентификации структуры покрытий по данным интерферометрических измерений при решении задач когерентной спектральной томографии.

Ключевые слова: синтез структуры слоев, проектирование покрытий, когерентная спектральная томография, обратные задачи

SYNTESIS OF LAYERED STRUCTURES

Kisselev G.L., D.ofSci(Tech)., prof., MSTU MIREA, E-mail: kisselev@mail.ru,
Moscow, Russia

Abstract. A new approach to the synthesis of the layer structure, where the structure of the layers is as a result of the application of the inverse operator to the desired amplitude and phase spectral characteristic. To meet the challenges of designing for given energy characteristics suggested recovery phase information using the Hilbert transform to the logarithm of the modulus of the amplitude-frequency response. The algorithms identify the structure of the coatings according to interferometric measurements for solving spectral coherence tomography.

Keywords: synthesis of the layer structure, design covers, spectral coherence tomography, inverse problems

Задача синтеза структуры по заданным характеристикам и задачи восстановления параметров структуры по данным экспериментальных наблюдений традиционно привлекает внимание многих исследователей.

В соответствии с принятой в математической физике терминологией, задача определения отраженных волн U , вызванного возбуждением известной слоистой структуры Z , приводит к операторному уравнению $U = A[Z]$ и составляет содержание прямой задачи, В обратных задачах требуется определить вид структуры $Z = A^{-1}[U]$, используя в качестве информации данные о поле, рассеянном неизвестной структурой.

Информации, которой обладает экспериментатор в задачах идентификации или конструктор в задачах математического проектирования (синтеза), в ряде случаев

оказывается недостаточно для корректной постановки обратных задач. Например, при решении обратных задач в оптике экспериментально доступной информацией чаще всего являются спектральные, временные, угловые, энергетические зависимости электромагнитного поля, прошедшего или отраженного неизвестной структурой.

Традиционный подход [1...16] к проектированию и идентификации многослойных оптических покрытий предполагает задание начальной структуры покрытия, а затем итерационную процедуру применения прямого оператора к решению задачи расчета спектральной характеристики покрытия, путем оптимизации параметров этой структуры: числа слоев, показателей преломления слоев и их толщин. При этом накладываются дополнительные ограничения на параметры слоев.

Недостаток такого подхода - процедура оптимизации может занимать очень большое машинное время, а полученный экстремум функции качества не быть глобальным; в большинстве случаев, процедура оптимизации относится к задачам, решение которых неустойчиво к малым возмущениям исходных данных.

Предлагается новый подход к синтезу структуры слоев, когда структура слоев находится как результат применения обратного оператора к заданной или измеренной амплитудно-фазовой спектральной характеристике.

Оператор решения задачи синтеза слоистых систем

Пусть структура многослойного покрытия представляет собой последовательность параллельных границ раздела. Теперь пронумеруем эти границы $m \in 1...q...s$ таким образом, что $m = 1$ соответствует границе между обрамляющей средой, в которой находится источник излучения и первым слоем, а $m = s$ соответствует границе между последним слоем и подложкой. Амплитудно-фазовые коэффициенты отражения границ раздела сред обозначим - ρ_m , а амплитудно-фазовые коэффициенты отражения от системы слоев, начиная с границы m и заканчивая последней границей s обозначим $\rho_{m,s}$.

Дисперсионное соотношение для $\rho_{1,s}(\omega)$ может быть представлено в виде дробно-линейного преобразования

$$\rho_{1,s} = \frac{\rho_1 + \rho_{2,s} \exp(-i2\varphi_1)}{1 + \rho_1 \rho_{2,s} \exp(-i2\varphi_1)}, \quad (1)$$

которое характеризует интерференционные явления при интерференции волн от первой границы раздела сред и всей совокупности последующих границ $m \in 2...s$.

Здесь $\varphi_1 = \frac{\omega n_1 l_1}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 l_1 = \omega t_1$ - фазовая оптическая толщина первого слоя.

Запишем (3) в виде ряда

$$\begin{aligned} \rho_{1,s} = & \rho_1 + \tau_1^2 \rho_{2,s} \exp(-i2\varphi_1) [1 + \\ & + (-1)^p \sum_{p=1}^{\infty} (\rho_1 \rho_{2,s})^p \exp(-i2p\varphi_1)] \end{aligned} \quad (2)$$

Фурье преобразование (2) по ω

$$R(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{1,s}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (3)$$

представляет собой дискретную временную последовательность δ -импульсов и, в частности, позволяет вычислить амплитуду первого импульса $\rho_1 \delta(t_{\min})$, отвечающего за отражение от первой границы раздела сред.

Вычислим постоянную составляющую соотношения (2)

$$\rho_1 = \frac{1}{\Omega} \sum_0^{\Omega} \rho_{1,s}(\omega), \quad (4)$$

где Ω - период частотной характеристики коэффициента отражения от всей совокупности границ раздела сред ($\Omega \rightarrow \infty$ для непериодической характеристики).

Используя обратное к (1) дробно-линейное преобразование, найдем

$$\rho_{2,s} = \frac{\rho_{1,s} - \rho_1}{1 - \rho_1 \rho_{1,s}} \exp(i2\varphi_1) \quad (5)$$

частотную характеристику коэффициента отражения слоистой системы без первого слоя.

Если заданная частотная характеристика периодична $\Omega = 2\pi$, то для фазовой оптической толщины первого слоя находим

$$n_1 l_1 = \lambda/4 \quad (6)$$

Если заданная частотная характеристика не периодична, то фазовую оптическую толщину первого слоя находим, вычисляя время задержки t_{\min} первого δ импульса при Фурье преобразовании частотной характеристики. Тогда

$$n_1 l_1 = c t_{\min} \quad (7)$$

Преобразования (1...7) можно рассматривать как рекуррентные для последовательного нахождения всех существенных параметров слоистой системы.

Действительно, осуществляя последовательное выделение постоянной составляющей, находим

$$\rho_q = \frac{1}{\Omega} \sum_0^{\Omega} \rho_{q,s}(\omega) \quad (8)$$

с последующим обратным дробно-линейным преобразованием

$$\rho_{q+1,s} = \frac{\rho_{q,s}(\omega) - \rho_q}{1 - \rho_q \rho_{q,s}(\omega)} \exp(i2\varphi_q), \quad (9)$$

где $\varphi_q = \frac{\omega}{c} n_q z_q = \omega t_q$, откуда

$$z_q = n_q l_q = \frac{c \varphi_q}{\omega} \quad (10)$$

Физический смысл рекуррентных преобразований (8...10), составляющих основу алгоритма синтеза, заключается в обратной операции последовательного «снятия» верхнего слоя с многослойного покрытия, с расчетом коэффициента отражения от верхней границы раздела сред, толщины лежащего внизу слоя, и вычисления дисперсионной зависимости коэффициента отражения оставшейся части слоев.

Восстановление фазовой информации

Проблема восстановления фазовой характеристики сигнала по распределению его интенсивности возникает во многих разделах физики и ее приложениях, и называется фазовой задачей или проблемой.

В рентгеноструктурном анализе, например, может быть определен только абсолютный квадрат амплитуды рассеяния, тогда как знание фазы необходимо для определения свойств рассеивающих объектов.

Спектральная плотность мощности является одной из важнейших характеристик при изучении распространения волн различной природы, в частности, сейсмических волн.

Особенно остро стоит задача определения фазы в оптике, где измерение фазовых распределений возможно лишь интерференционными методами, а чаще всего доступно для измерения только распределение интенсивности.

Предложены различные алгоритмы решения фазовой проблемы, среди которых, в частности, рассматривалось преобразование Гильберта с использованием дополнительных наборов данных.

Покажем, что для решения фазовой проблемы дополнительные наборы данных не требуются.

Рассмотрим комплексную частотную характеристику сигнала $X(\omega)$,

$$X(\omega) = \operatorname{Re}(X(\omega)) + i \operatorname{Im}(X(\omega)),$$

$$|X(\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}^2(X(\omega)) + \operatorname{Im}^2(X(\omega))}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\operatorname{Im}(X(\omega))}{\operatorname{Re}(X(\omega))} \right]$$

Преобразование Гильберта устанавливает связь между действительной и мнимой частью комплексного сигнала

$$\operatorname{Im}(X(\omega)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Re}(X(\Omega))}{\pi(\Omega - \omega)} d\Omega \quad \text{при } \Omega \neq \omega.$$

Удобно непосредственно вычислять фазовые характеристики, используя преобразование

$$\varphi(\Omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln[(R(\omega))^{0.5}]}{\Omega - \omega} d\omega$$

Информация для восстановления утраченной амплитудной информации может быть восстановлена применением обратного преобразования Гильберта

$$\ln[(R(\omega))^{0.5}] = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(\Omega)}{\Omega - \omega} d\Omega + \operatorname{const}$$

На Рис.1 приведен пример синтеза оптического просветляющего покрытия, остаточное отражение для которого не превышает 0,1%, на подложке с $n=1,65$. Фрагмент заданной спектральной характеристики показан на Рис.1а., на этом же рисунке Рис.1б приведены результаты синтеза структуры покрытия, которое представляет собой покрытие из 18-ти четвертьволновых слоев для длины волны 0,5мкм, девятнадцатый слой – подложка.

Восстановление фазовой информации по интерферометрическим измерениям
 При интерферометрических измерениях с помощью двулучевых интерферометров регистрируется энергетический коэффициент отражения суммы двух волн: опорной и предметной.

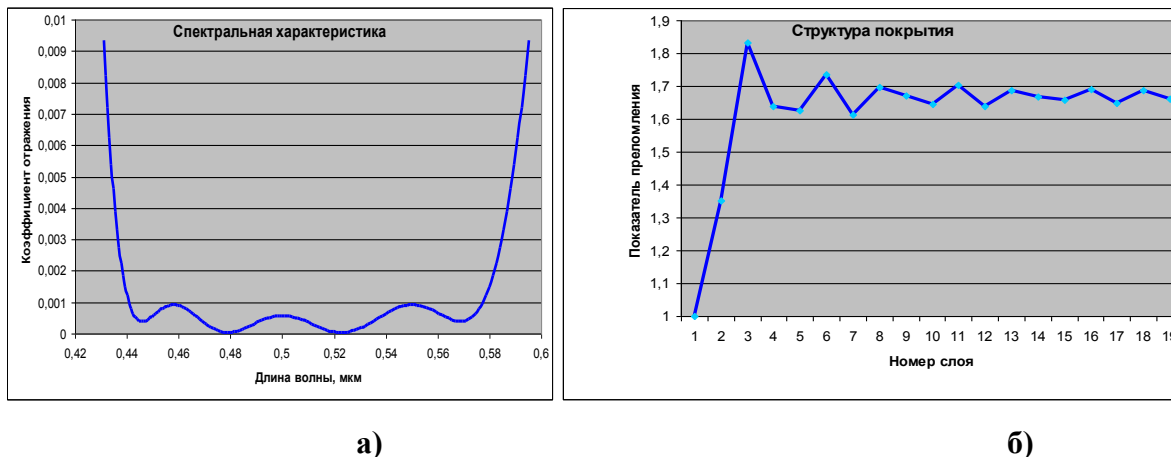


Рис.1 Результаты синтеза просветляющего покрытия с неизвестным числом слоев а) - фрагмент заданной спектральной характеристики; б) - синтезированная структура

Предметная волна несет информацию об исследуемом коэффициенте отражения, а опорная волна необходима для получения информации о фазовых соотношениях интерферирующих волн.

$$R(\xi) = (\rho_s \exp(-i\varphi_s) + \rho_0 \exp(-i\varphi_0))(\rho_s \exp(i\varphi_s) + \rho_0 \exp(i\varphi_0)) = \\ = \rho_s^2(\xi) + \rho_0^2(\xi) + 2\rho_0(\xi)\rho_s(\xi) \cos(\varphi_s(\xi) - \varphi_0)$$

Здесь $R(\xi)$ - энергетический коэффициент отражения суммы двух волн, $\rho_s \exp(-i\varphi_s)$ - амплитудный коэффициент отражения от исследуемой структуры, $\rho_0 \exp(-i\varphi_0)$ амплитудный коэффициент, характеризующий опорную волну, φ_s и φ_0 - фазовые набеги предметной и опорной волн, соответственно.

Восстановление фазовой информации возможно осуществить с помощью нескольких алгоритмов:

1. Использование преобразование Гильберта \xrightarrow{G} только на основе информации о спектре энергетического коэффициента отражения от исследуемой структуры

$$\varphi_s(\xi) \xrightarrow{G} \ln|\rho_s(\xi)|$$

Это простейший алгоритм, легко реализуемый на практике с помощью спектрофотометрических измерений, но его можно использовать только для восстановления фазовой информации минимально фазовых систем.

Исходной характеристикой для решения томографической задачи является спектральная зависимость амплитудного коэффициента отражения покрытия неизвестной структуры заданной в виде

$$|\rho_s(\xi)| \exp[-i\varphi_s(\xi)]$$

2. Восстановление фазовой информации путем фильтрации данных на основе интерференционного сигнала

$$\varphi_s(\xi) = a \cos\left[\frac{R(\xi) - \rho_s^2(\xi) - \rho_0^2}{2\rho_0\rho_s(\xi)}\right] + \varphi_0(\xi)$$

Это более сложный алгоритм восстановления фазовой информации, требующий не только проведения интерферометрических измерений, но и дополнительно спектрофотометрических измерений энергетического спектра, измерения фазовых сдвигов в опорном плече интерферометра (или компенсации сдвига перемещением опорного зеркала).

Поскольку $0 \leq a \cos(x) \leq \pi$, т.е. главное значение является положительным,

то для восстановления знака фазового сдвига необходима корректировка знака $\varphi_s(\xi)$.

Математическое моделирование показало, что знак фазового сдвига $\varphi_s(\xi)_{\text{корр}}$ должен совпадать со знаком фазовой характеристики

$$\psi_s(\xi) \stackrel{G}{\Rightarrow} \ln|\rho_s(\xi) - \rho_0 \exp(-i\varphi_0)|$$

Тогда исходной характеристикой для решения томографической задачи является спектральная зависимость амплитудного коэффициента отражения покрытия неизвестной структуры заданной в виде

$$|\rho_s(\xi)| \exp[-i(\varphi_s(\xi)_{\text{корр}} + \varphi_0(\xi))]$$

3. Обработка результатов интерферометрических измерений может заключаться в нахождении вспомогательной фазовой характеристики

$$\Phi_s(\xi) \stackrel{G}{\Rightarrow} \ln|\rho_s(\xi) \exp(-i\varphi_s) + \rho_0 \exp(-i\varphi_0)| = \ln|R(\xi)|$$

В этом случае исходной характеристикой для решения томографической задачи является спектральная зависимость амплитудного коэффициента отражения покрытия неизвестной структуры заданной в виде

$$(|R(\xi)| \exp[-i\Phi_s(\xi)] - \rho_0) \exp[-i\varphi_0(\xi)]$$

Этот алгоритм требует для его реализации проведения лишь только интерферометрических измерений, причем, также как и при втором алгоритме, для устранения искажений фазовой характеристики, уровень опорного сигнала должен превышать уровень измерительного.

Для оценки возможностей томографии с использованием решения обратной задачи (использованием обратного оператора) было проведено математическое моделирование, включающее решение прямой задачи - вычисление спектральных характеристик для некоторых применяемых на практике оптических покрытий, а затем решение обратной задачи - определения структуры покрытий по рассчитанным спектральным характеристикам покрытий.

Пусть измерена энергетическая частотная характеристика четырехслойного просветляющего покрытия в видимой области спектра 0,4...0,7мкм на подложке из стекла с показателем преломления равным 1,45. Проведем сравнение исходных и синтезированных структур покрытий для оценки погрешностей томографических исследований (Таблица 1).

Таблица 1

Характеристики оптических параметров просветляющего покрытия

Номер слоя	Заданный показатель преломления	Синтезированный показатель преломления	Толщина слоя для $\lambda = 0,51\text{мкм}$
1	1,38	1,3802	0,25 λ
2	2,02	2,0201	0,5 λ
3	1,55	1,5499	0,25 λ
4	1,38	1,3799	0,25 λ
Подложка	1,45	1,4499	∞

Выводы

Предлагаемый подход к проектированию многослойных оптических покрытий, основанный на решении обратной задачи, предполагает применения обратного оператора синтеза по заданной спектральной характеристике, т.е. никакой предварительной информации о структуре покрытия нет.

Достоинства:

- процедура синтеза позволяет сразу (без использования итерационных процедур) получить решение, определяющее структуру слоистого покрытия: коэффициенты отражения от границ раздела сред, оптическую толщину каждого слоя;
- преобразование коэффициентов отражения (в соответствии с формулами Френеля) в показатели преломления и углы ориентации слоев относительно падающего излучения, позволяет получить бесконечный набор слоистых структур, из которых возможен выбор в соответствии с дополнительными условиями предпочтительности;
- допускается задание любой, сколь угодно сложной, спектральной характеристики (при этом полученная синтезированная структура может содержать слои, обладающие поглощением или усилением);
- решение задачи синтеза занимает малое машинное время;
- алгоритм синтеза устойчив к возмущениям исходных данных.

Недостатки:

- главный недостаток – отсутствие учета дисперсии показателей преломления слоев. За счет использования операции усреднения спектральной характеристики, полученные результаты относятся к средним значениям коэффициента отражения и, соответственно, к средним значениям показателей преломления в выбранном диапазоне частот;
- изготовление синтезированных структур связано с необходимостью использования очень большого набора материалов, или, как для rugate-покрытий, непрерывным изменением показателя преломления в процессе изготовления (этот недостаток при современном уровне технологии получения пленок удается устранить).

В задачах проектирования покрытий эти два метода могут дополнять друг друга. Процесс проектирования может состоять из двух этапов: на первом шаге методом решения обратной задачи определяется структура - прототип, а на втором шаге структура прототипа уточняется традиционной процедурой оптимизации с учетом дисперсии материалов и оптимизации остальных параметров покрытия.

В задачах томографии, в условиях сильных переотражений между слоями, нет альтернативы рассмотренным алгоритмам.

Список литературы

1. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф, пер. с англ. под ред. Г.П. Мотулевич. М.: Наука, 1970. – 856с
2. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973, 343с.
3. Фурман, Ш. А. Тонкослойные оптические покрытия / Ш. А. Фурман. Л.: Машиностроение, 1977. 264 с.

4. Furman Sh. A., Tikhonravov A.V. Basics of optics of multilayer systems.– Edition Frontieres, Gif-sur-Yvette, 1992.
5. Б. Б. Мешков, П. П. Яковлев. Проектирование интерференционных покрытий, М.: Машиностроение, 1987. 185 с.
6. Розенберг Г.В. Оптика тонкослойных покрытий - М., Физ-мат лит. 1958г. - 570стр.
7. Гребенщиков И.В., Власов А.Г., Суйковская Н.В. Просветление оптики - М.-Л., Гостехиздат 1946г. - 212с.
8. Королёв Ф.А. Теоретическая оптика - М., Высшая школа, 1966г. - 556 стр.
9. Бернинг П.Х. Теория и методы расчёта оптических свойств тонких плёнок. Физика тонких плёнок под редакций Э. Туна и Г. Хасса - М.: Мир 1967г. Том 1.
10. Математический синтез оптических наноструктур /Под ред. К.П.Ловецкого: Учебное пособие. - М.: Изд-во РУДН,2008г.
11. Методы компьютерной оптики/Под ред. В.А. Сойфера: Учеб. для вузов. — 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 688 с.
12. Т.В. Амочкина. Алгоритм синтеза многослойных оптических покрытий, основанный на теории эквивалентных слоев. Вычислительные методы и программирование, т.6, 2005.
13. Телен А. Конструирование многослойных интерференционных светофильтров Физика тонких плёнок под редакций Э. Туна и Г. Хасса М.Мир 1972г. Том 5.
14. Путилин Э.С. Оптические покрытия/ Путилин Э.С. СПб: ГУ ИТМО, 2005.
15. Физика тонких пленок. В 8 т. / Под общ. ред. Г. Хасса и Р. Э. Тауна; перевод с англ. под ред. В. Б. Сандомирского и А. Г. Ждана. М.: Мир, 1967.
16. Крылова. Т.Н. Интерференционные покрытия/ Т.Н.Крылова, Л.; Машиностроение, 1973. 224с.