

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Д.А. Петрусевич

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия

@Автор для переписки, e-mail: petrusevich@mirea.ru

В представленной работе рассмотрена структура благосостояния граждан Российской Федерации за период 2000–2018 гг. В первой части статьи проанализированы данные репрезентативной выборки Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения (РМЭЗ, RLMS) по индивидам в 2008–2017 гг., построены квантили 10%–95% по заработной плате с учетом годовой инфляции и проанализированы их колебания и изменения за 10 лет. Во второй части статьи приведен временной ряд индекса реальной заработной платы из набора динамических рядов макроэкономической статистики РФ в 2000–2018 гг. Выполнено моделирование временного ряда с помощью математических моделей $ARIMA(p, d, q)$: построен стационарный временной ряд по данным индекса заработной платы. Результаты прогноза модели, найденной автоматически среди моделей $ARIMA(p, d, q)$ с показателями $d \leq 5$, $p \leq 5$, сопоставлены с прогнозами моделей, полученных при $p = 6$ или $q = 6$ по двум метрикам. Указано значение информационного критерия Акаике (AIC) для построенных моделей. Предложены модели с $p = 6$ и $q = 6$, которые дают прогноз лучший, чем автоматически подобранная модель с показателями $d \leq 5$, $p \leq 5$. Это связано с сезонными факторами, присущими индексу заработной платы, из-за которых при прогнозировании следует учитывать данные 6-ти- и 12-ти-месячной давности. Показано, что индекс заработной платы достигает пика приблизительно раз в 6 месяцев, что связано с отпускными выплатами, приходящимися, в основном, на конец года и на летние месяцы. Дальнейшие исследования могут быть направлены на более совершенную по качеству декомпозицию временного ряда на тренд, сезонную составляющую и шум, а также на сравнение методик вычисления коэффициентов моделей $ARIMA$ в разных статистических пакетах.

Ключевые слова: Российский мониторинг экономического положения населения, РМЭЗ, RLMS, квантили, индекс реальной заработной платы, $ARIMA$, стационарность, временные ряды, прогнозирование, информационный критерий Акаике.

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS USED FOR ECONOMETRICAL TIME SERIES FORECASTING

D.A. Petrusevich

MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia

@Corresponding author e-mail: petrusevich@mirea.ru

In the paper changes of the Russian citizens' welfare are explored. The time lapse of the data is: 2000–2018. In the first part of the paper the representative individual samples of “The Russian Longitudinal Monitoring Survey – Higher School of Economics (RLMS-HSE)” data of the 2008–2017 time period are analyzed. The 10%–95% quantiles of the salary have been constructed with the regard to year inflation, and their behavior has been analyzed. In the second part the monthly wage index based on the dynamic series of macroeconomic statistics of the Russian Federation data (2000–2018) has been explored. The mathematical models of the wage of this time lapse have been presented. They are based on the ARIMA (p, d, q) models with $d \leq 5$, $p \leq 5$. Forecasts of these models have been compared to predictions of the models with parameters $p = 6$ or $q = 6$. The constructed models have made better forecast than the automatically fitted ARIMA model with $d \leq 5$, $p \leq 5$. They have been compared using two metrics, and also the Akaike information criterion (AIC) has been considered. The seasonal factors of the wage index have been taken into account. It has been shown that the lags of 6 and 12 months are connected to the today wage index; there are maxima of this value situated at the end of the year or in summer. It's explained with the vacations which traditionally take place in summer, and also officially held vacations in January. The further research is going to target the trend – seasonal – noise decomposition of time series. Statistical packages which are often in use have got different methods to compute the ARIMA coefficients. That fact is also going to be under research.

Keywords: Russian Longitudinal Monitoring Survey, RLMS, quantiles, real salary index, ARIMA, stationarity, time series, prediction, forecast, Akaike informational criterion.

В представленном исследовании рассмотрено изменение структуры благосостояния граждан Российской Федерации за период 2000–2018 гг.: в первой части статьи проанализированы данные репрезентативной выборки Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения (РМЭЗ, RLMS) по индивидам. Каждый год в этом исследовании представлен данными определенной «волны»: 26-й волне соответствует 2017 году, данные 25-й волны относятся к 2016 году и т. д. В рамках работы рассмотрена информация, начиная с 18-й волны (соответствующей 2008 году), до 26-й волны (за 2017 год) [1]. Во второй части рассмотрен временной ряд индекса реальной заработной платы из набора динамических рядов макроэкономической статистики РФ [2] за периоды 2000–2013 гг., 2000–2018 гг.

В первой части исследования собрана статистика по таким показателям, как, например, заработная плата, семейное положение, наличие высшего образования; есть ли в

компании, где работает индивид, иностранное или государственное участие, и т. д. На этапе предобработки данных были исключены записи, в которых отсутствуют показатели по заработной плате респондента, и учтена годовая инфляция. Для оставшейся выборки граждан построены квантили 10%–90% с шагом 10%, а также квантиль 95% по заработной плате (рассматривался «усредненный индивид», заработная плата у которого выше, чем у соответствующей доли респондентов в выборке). На взгляд автора, не имеет смысла проводить анализ данных ранее 2008 года, поскольку характер развития российской экономики изменился, и прогнозы [3, 4], которые построены по более ранним данным, окажутся несостоятельными. Оперирование средними показателями заработной платы также не создаст объективного представления о действительности, так как усреднение в рамках одной математической модели информации об условно «богатых» и об условно «бедных» дает результат, далекий и от тех, и от других. Графики зависимости квантилей от года представлены на рис. 1–3.

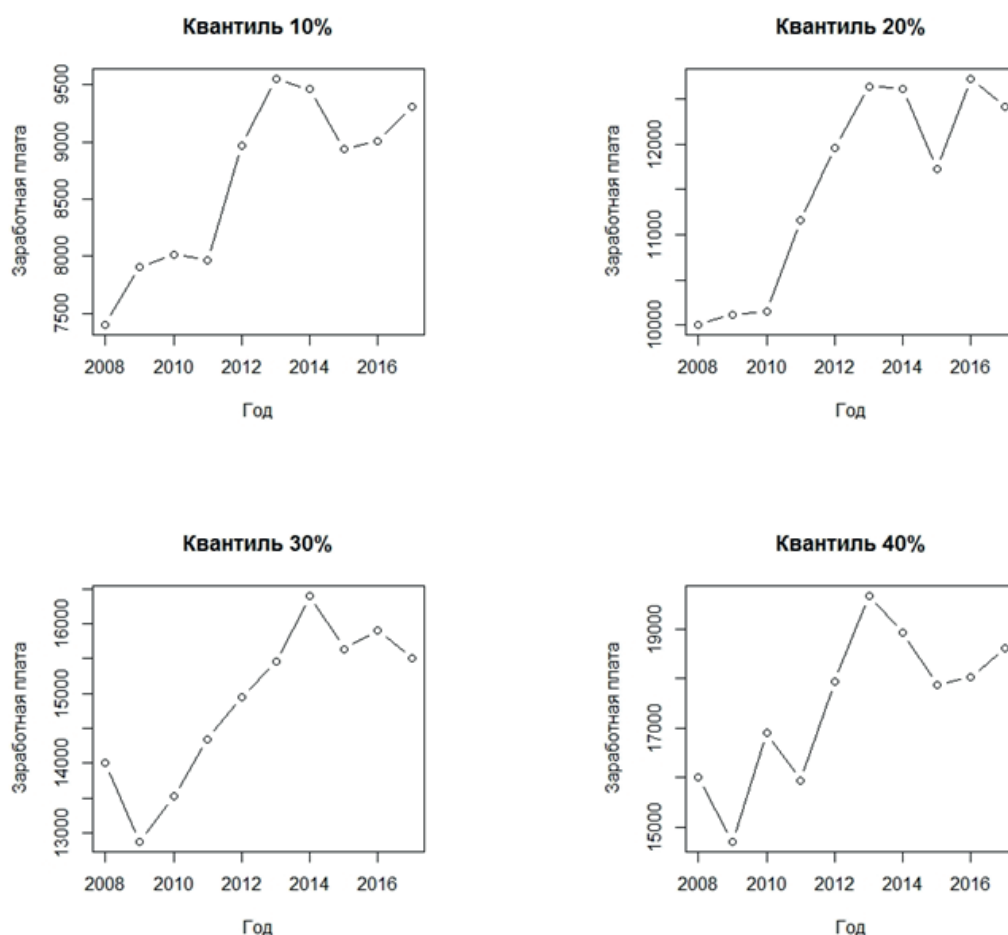


Рис. 1. Зависимость квантилей 10%, 20%, 30%, 40% по заработной плате от года (по данным репрезентативной выборки Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения (РМЭЗ, RLMS) по индивидам).

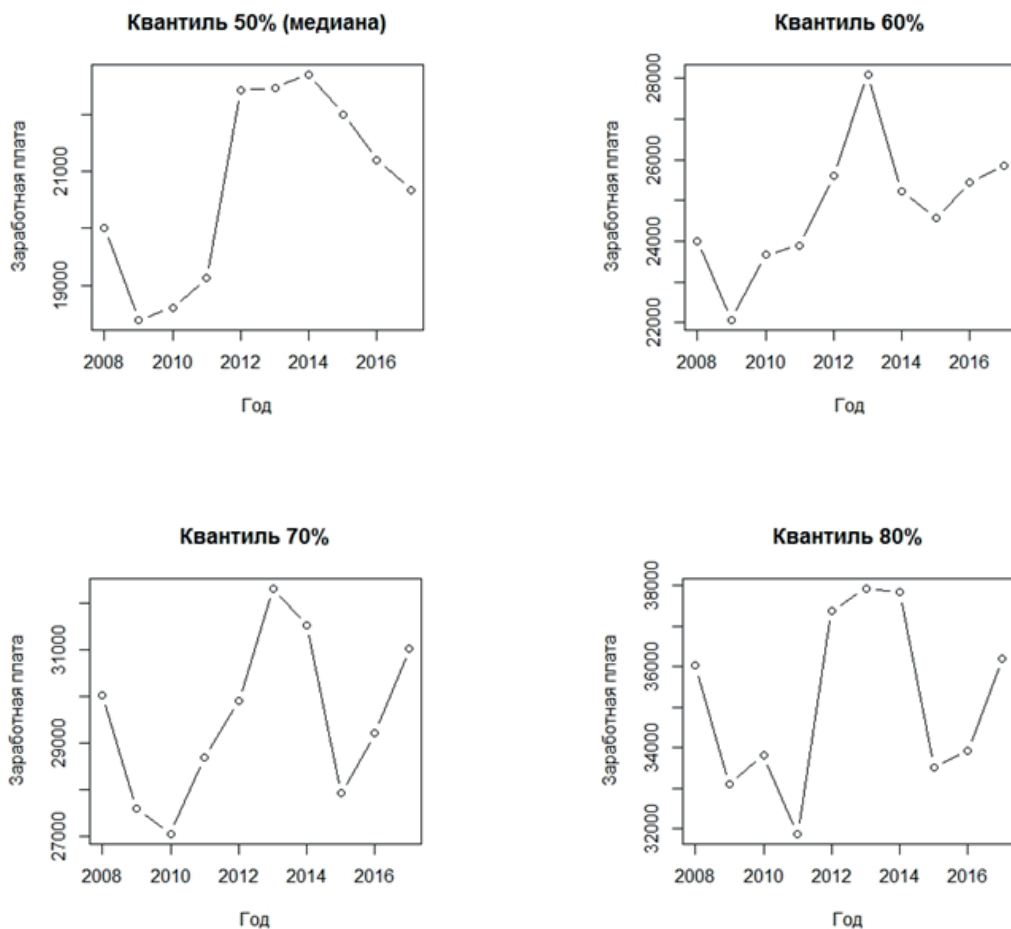


Рис. 2. Зависимость квантилей 50%, 60%, 70%, 80% по заработной плате от года (по данным репрезентативной выборки Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения (РМЭЗ, RLMS) по индивидам).

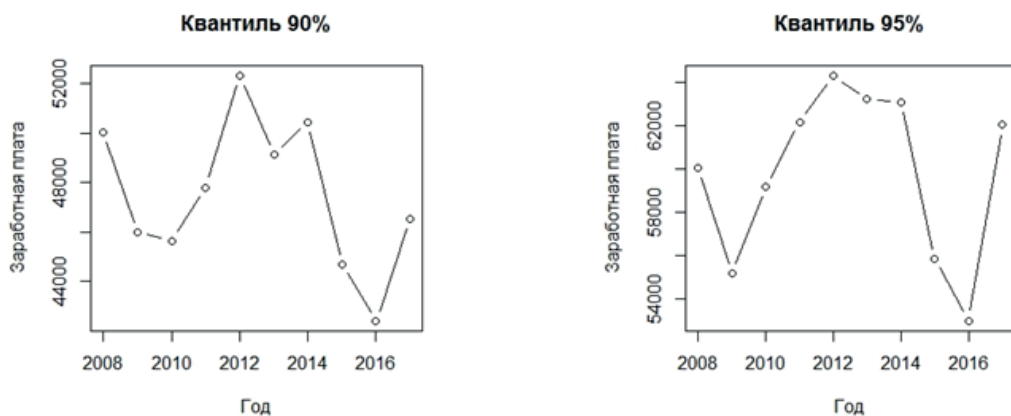


Рис. 3. Зависимость квантилей 90%, 95% по заработной плате от года (по данным репрезентативной выборки Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения (РМЭЗ, RLMS) по индивидам).

Следует отметить, что на всех графиках хорошо виден экономический спад 2008 г., а также кризис 2014 г., связанный с политической ситуацией на Украине и его экономическими последствиями. Между этими событиями закономерно наблюдается динамика роста заработной платы [5]. После 2016 года в квантилях более 50% (60, 70, 80, 90 и 95) наблюдается рост заработной платы. В квантилях 50% и ниже ситуация, в целом, другая: или явной тенденции к росту или падению нет (10%–40%), или продолжается падение зарплаты (квантиль 50%). Это свидетельствует о том, что условно «бедный» сегмент населения находится в состоянии стагнации или демонстрирует ухудшение собственного благосостояния. Если рассматривать абсолютные показатели, то отдельно стоит подчеркнуть, что рост заработной платы в период 2008–2017 гг. незначителен либо наблюдается некоторый ее спад. Указанные показатели существенно отличаются от экономических характеристик развитых стран [3].

Во второй части исследования проанализирован месячный показатель индекса реальной заработной платы за 2000–2017 гг. [2, 6, 7]. Графики этого временного ряда, его автокорреляционной функции и частной автокорреляционной функции [8–10] представлены на рис. 4. Обращает внимание факт, что автокорреляционная функция и частная автокорреляционная функция определены только для стационарных процессов [10–12], но, при этом, даже в случае нестационарного временного ряда они вполне адекватно описывают изменения процесса.

Показатель заработной платы по своей сути в общем случае нестационарен: математическое ожидание этой величины зависит от многих факторов, таких, как: социально-экономические показатели, дисбаланс на рынке труда и т. п. Он обычно имеет тенденцию к росту или падению в течение нескольких лет; дисперсия заработной платы в разные годы может быть различной. В рамках исследования рассмотрено два периода: 2000–2013 гг. и 2000–2018 гг., поскольку факторы, которые начали влиять на уровень благосостояния российских граждан в 2014 г. и позже, имеют выраженный неэкономический характер (например, «санкции») и не вписываются в собственную логику изменения величины зарплаты. Периоды 2000–2012 гг. и 2000–2017 гг. взяты в качестве обучающей выборки, а их прогнозы, соответственно, на 2013 г. и 2018 г. сравнивались с данными, зафиксированными в реальности.

Для проверки стационарности рядов проведен тест Дикки-Фуллера (пакет `aTSA` языка R) [8, 9, 13], в котором строятся специальные регрессии с использованием значений временного ряда за несколько прошедших месяцев (номер лага показывает, данные скольких последних месяцев учитываются в тесте). В табл. 1 указан уровень значимости при проверке нулевой гипотезы о нестационарности ряда: $p \leq 0.01$ означает, что гипотеза отвергается, ряд стационарен; $p \geq 0.01$ – ряд не является стационарным. Для временного ряда результаты теста с точностью до 0.01 приведены в табл. 1.

В целом, по приведенным результатам для обоих периодов гипотеза о нестационарности процесса подтверждается. В полученных данных присутствует тренд, демонстрирующий рост заработной платы.

Для приведения временного ряда к стационарному виду построен ряд из разностей показателей соседних периодов месячного показателя индекса заработной платы $wage$:

$$\Delta_i = wage_{i+1} - wage_i \quad (1)$$

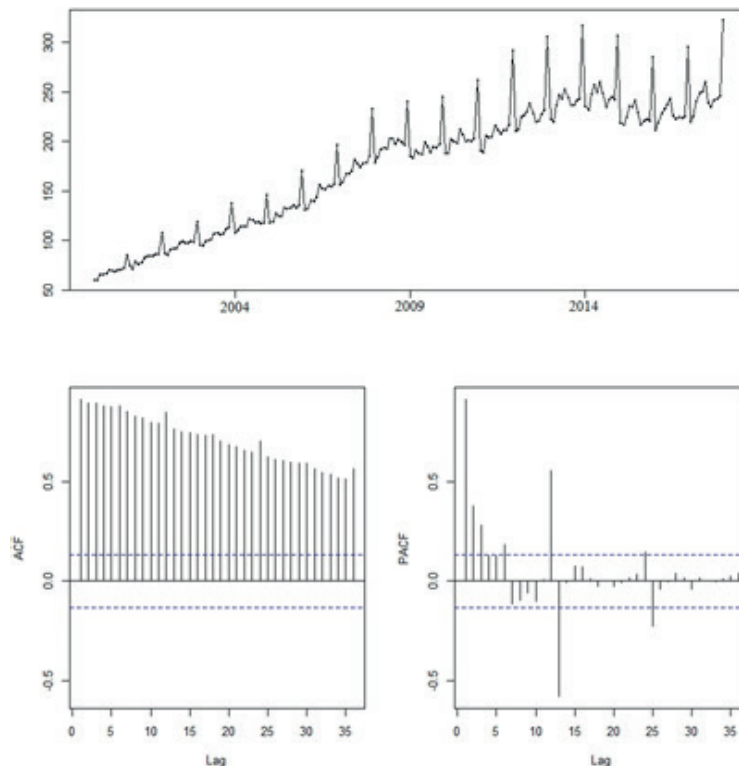


Рис. 4. Графики временного ряда месячного показателя заработной платы в период 2000–2018 гг. (вверху), автокорреляционной функции АСФ и частной автокорреляционной функции PACF.

Таблица 1. Результаты проверки стационарности временного ряда заработной платы (в месяц) с помощью теста Дикки-Фуллера

Тип теста	Лag 1	Лag 2	Лag 3	Лag 4	Лag 5
Нет сдвига, нет тренда	0.61	0.79	0.92	0.96	0.99
Сдвиг (drift), нет тренда	0.10	0.45	0.61	0.64	0.64
Сдвиг (drift) и тренд	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	0.07	0.35

Согласно [10, 11], рассмотрев последовательные разности ограниченного порядка, можно получить стационарный ряд. Модель разности первого порядка заработной платы удовлетворяет условиям стационарности по тесту Дикки-Фуллера [8, 9, 13]; результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2. Результаты проверки стационарности разности 1-го порядка временного ряда заработной платы (в месяц) с помощью теста Дикки-Фуллера

Тип теста	Лag 1	Лag 2	Лag 3	Лag 4	Лag 5
Нет сдвига, нет тренда	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01
Сдвиг (drift), нет тренда	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01
Сдвиг (drift) и тренд	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01	≤ 0.01

Из результатов теста следует вывод (общий для рядов 2000–2012 гг. и 2000–2017 гг.), что необходимо перейти к ряду разностей первого порядка, который можно в рамках исследования считать стационарным. На рис. 5 представлены графики автокорреляционной функции и частной автокорреляционной функции для разности 1-го порядка.

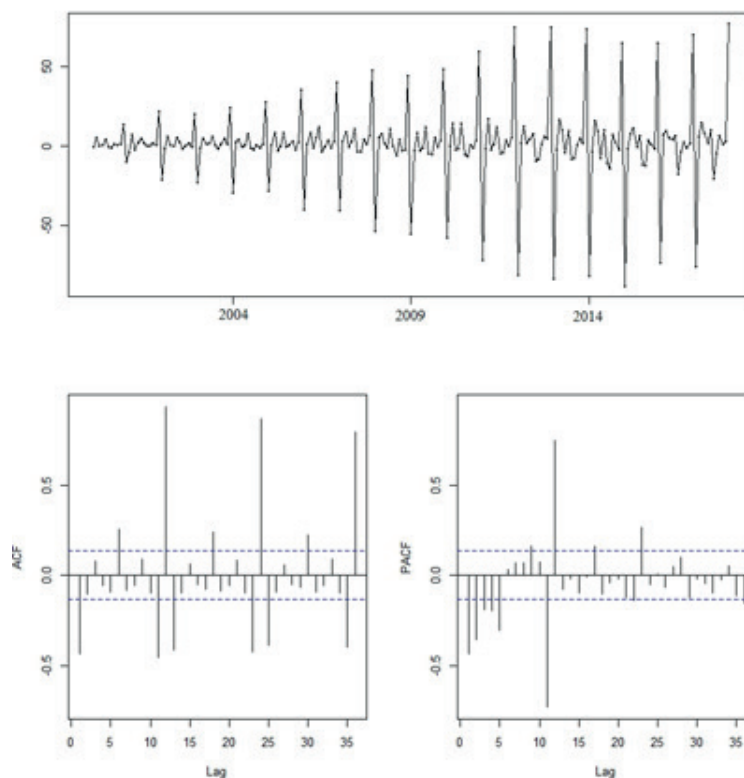


Рис. 5. Графики временного ряда разности первого порядка месячного показателя заработной платы (вверху), ее автокорреляционной функции ACF и частной автокорреляционной функции PACF.

Комбинация моделей авторегрессии $AR(p)$ порядка p и скользящего среднего $MA(q)$ порядка q позволяет описать часто встречающиеся в эконометрике стационарные процессы, поэтому при моделировании временных рядов и прогнозировании принято их выражать в виде процессов $ARMA(p, q)$ [8–12]. В связи с тем, что описывается не сама величина заработной платы, а ряд разностей 1-го порядка, получен процесс $ARIMA(p, 1, q)$, где p – порядок модели авторегрессии, q – порядок модели скользящего среднего, 1 – порядок рассматриваемой разности [8–10]. Чтобы найти характеристики p, q в рамках языка R , необходимо воспользоваться функцией автоматического поиска наиболее подходящего процесса по данным временного ряда $auto.arima()$. В ней использовано ограничение: рассматриваются ряды с величинами p, q менее 6. Таким образом, не рассматриваются более сложные модели, которые могли бы лучше описать процесс. В рамках исследования для двух периодов произведен поиск удачных моделей временных рядов 6-го порядка и выше для описания изменения заработной платы со временем.

На рис. 5 представлен график для обоих временных рядов, на котором отчетливо видна сезонность: пики автокорреляционной функции и частной автокорреляционной функции приходятся на 12-й, 24-й лаг и т. д., а также на 1-2 соседних лага. При построении математической модели временного ряда этот факт учтен во всех вычислительных

экспериментах. Кроме того, наблюдается всплеск в районе 6-го месяца, что не находит наглядного отражения в моделях, построенных автоматически. На графике частной автокорреляционной функции прослеживается также зависимость заработной платы от значений последних 5 месяцев (в случае ряда 2000–2012 гг. для лагов трех- и четырехмесячной давности зависимость выражена менее явно). Отсюда следует заключить, что для прогнозирования временного ряда заработной платы необходимо проверить модели 6-го порядка по параметрам p или q : $ARIMA(p, 1, q)$, $p = 6, q \leq 6$ или $q = 6, p \leq 6$ [8–10].

Ниже (табл. 3, 4) приведены результаты вычислительного эксперимента: по данным периодов 2000–2012 гг. и 2000–2017 гг. построены математические модели $ARIMA(p, 1, q)$: использованы соответствующие функции пакета *stats* языка R. Функции прогнозирования в статистических пакетах языка R основаны на модели Бокса-Дженкинса [8–10] и опираются на теорему Волда (Wold) [8–12]. В первой строке указан результат автоматического поиска функцией *auto.arima()* из пакета *stats* языка R, а затем результаты других моделей 6-го порядка [8, 9]. Для каждой модели рассчитан информационный критерий Акаике AIC (чем ниже значение, тем лучше модель описывает данные) в первом столбце, а затем дается сравнение прогноза, который та или иная модель дает на следующий год, с реальными данными¹: во втором столбце евклидово расстояние вектора прогноза от вектора реальных показателей; в третьем – разность прогноза и реальных показателей, что позволяет понять, в какую сторону «модель ошибается» (если прогнозируемые показатели выше, чем реальные, то значение в таблице положительное; если прогноз более пессимистичен, чем оказались показатели в реальности, то отрицательное) [14–17]. В качестве сезонного показателя для моделей $ARIMA$ во всех экспериментах установлено значение, найденное функцией *auto.arima()*. Жирным шрифтом в табл. 3 и 4 отмечены модели, прогнозы которых превосходят по качеству прогноз, выполненный моделью, подобранной автоматически.

Таблица 3. Сравнение параметров моделей по критерию Акаике AIC и сопоставление предсказаний на 2013 г. с реальными показателями

Модель временного ряда	Информационный критерий Акаике AIC	Евклидово расстояние между вектором прогнозов и реальным показателем	Покомпонентная сумма разностей между вектором прогнозов и реальным показателем
auto.arima(): arima(0, 1, 1)	796.06	11.12	11.96
Arima(6, 1, 0)	803.26	10.23	4.74
Arima(6, 1, 1)	805.24	10.30	5.35
Arima(6, 1, 2)	801.94	10.39	10.23
Arima(6, 1, 3)	803.70	10.20	7.92
Arima(6, 1, 4)	795.98	12.55	31.36
Arima(6, 1, 5)	797.45	11.71	26.86
Arima(6, 1, 6)	796.07	11.20	16.17
Arima(1, 1, 6)	803.35	9.89	-2.61
Arima(2, 1, 6)	805.31	9.85	-2.61
Arima(3, 1, 6)	795.92	13.06	-26.50
Arima(4, 1, 6)	797.35	11.55	-18.31
Arima(5, 1, 6)	796.75	10.35	19.56

¹Для прогноза на 2018 г. в момент написания статьи не были известны данные декабря, поэтому расчет сделан на 11 месяцев.

Таблица 4. Сравнение параметров моделей по критерию Акаике AIC и сопоставление предсказаний на 2018 г. с реальными показателями (результаты получены с точностью до сотых долей)

Модель временного ряда	Информационный критерий Акаике AIC	Евклидово расстояние между вектором прогнозов и реальными показателями	Покомпонентная сумма разностей между вектором прогнозов и реальными показателями
auto.arima(): arima(0, 1, 1)	1153.83	22.06	58.10
Arima(6, 1, 0)	1161.70	27.77	76.11
Arima(6, 1, 1)	1163.62	28.27	77.41
Arima(6, 1, 2)	1165.59	27.99	76.73
Arima(6, 1, 3)	1162.45	11.02	23.61
Arima(6, 1, 4)	1157.08	24.58	59.45
Arima(6, 1, 5)	1159.48	24.00	57.10
Arima(6, 1, 6)	1165.07	24.59	58.72
Arima(1, 1, 6)	1162.17	31.86	85.37
Arima(2, 1, 6)	1157.67	18.46	36.95
Arima(3, 1, 6)	1157.72	24.92	61.44
Arima(4, 1, 6)	1157.07	24.71	59.98
Arima(5, 1, 6)	1155.82	21.00	43.08

Следует обратить внимание на результаты последней модели в табл. 3: *Arima(5, 1, 6)*. Они противоречивы: с одной стороны, по евклидову расстоянию до данных, зафиксированных в реальности, прогноз хорош, но, судя по покомпонентной разности, эта модель делает более оптимистичный прогноз, чем полученная автоматически модель. Модели *Arima(6, 1, 3)* и *Arima(2, 1, 6)* показали себя хорошо, в обоих тестах превзойдя прогноз модели *auto.arima()*, хотя по информационному критерию Акаике они ей уступают. Остальные выделенные модели сделали прогноз лучше, чем автоматическая функция *auto.arima()*, только в случае прогноза на 2013 г. (при этом, по критерию Акаике они уступают модели, построенной функцией *auto.arima()*) [18–20].

На рис. 6 представлено сравнение изменений индекса, сложившихся в реальности в 2018 г., прогноза модели, построенной автоматически, и прогнозов моделей *Arima(6, 1, 3)* и *Arima(2, 1, 6)* на 2018 год.

Модель *Arima(2, 1, 6)*, полученная при анализе индекса заработной платы в период 2000–2017 гг., имеет сезонную составляющую (0, 1, 0) с периодом в 12 месяцев [8, 9] и следующий вид (коэффициенты учтены с точностью до 0.01):

$$wage_t = 1.71wage_{t-1} - 0.83wage_{t-2} - 1.92\varepsilon_{t-1} + 1.17\varepsilon_{t-3} - 0.09\varepsilon_{t-4} + 0.12\varepsilon_{t-5} - 0.09\varepsilon_{t-6} \quad (2)$$

Модель *Arima(6, 1, 3)* для того же периода имеет аналогичную сезонную составляющую и вид (коэффициенты учтены с точностью до 0.01):

$$wage_t = 0.41wage_{t-1} - 0.49wage_{t-2} + 0.91wage_{t-3} + 0.05wage_{t-4} + 0.07wage_{t-5} - 0.08wage_{t-6} - 0.58\varepsilon_{t-1} + 0.56\varepsilon_{t-2} - 0.98\varepsilon_{t-3} \quad (3)$$

В формулах (2) и (3) $wage$ – это разность первого порядка показателя индекса реальной заработной платы, ε_i – составляющие модели скользящего среднего порядка i [8, 9, 11].

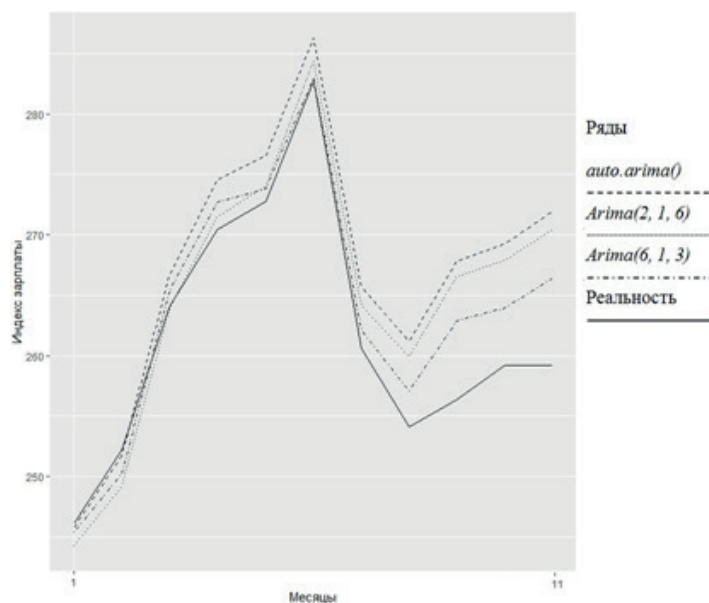


Рис. 6. Прогнозы моделей $Arima(6, 1, 3)$, $Arima(2, 1, 6)$ и $auto.arima = Arima(0, 1, 1)$ на 2018 год и данные индекса заработной платы, зафиксированные в реальности.

Заключение

В рамках представленного исследования осуществлен математический анализ экономических показателей, связанных с заработной платой граждан Российской Федерации. По данным репрезентативной выборки Российского мониторинга экономического положения и здоровья населения [1], построены квантили 10%–95% по заработной плате. Показано, что в части 60%–95% квантилей за последние 10 лет наблюдается рост, а в части 10%–50% квантилей – значения заработной платы остаются примерно на одном уровне или падают. Однако колебания реальных значений заработной платы незначительны, особенно учитывая сравнительно длительный временной отрезок. На графиках отчетливо прослеживаются кризисы 2008 и 2014 гг. В целом, можно констатировать отсутствие роста заработной платы за последние 10 лет. В абсолютных показателях изменения заработной платы в различных квантилях за это время не очень велики. На социально-экономическое положение граждан также влияют и многие факторы, не учтенные в представленном исследовании: изменение фискальной политики, рост цен на топливо, рост стоимости потребительской корзины и т. д. С использованием математических моделей $ARIMA$ проанализирован временной ряд макроэкономической статистики РФ по месячной заработной плате [2]. В рамках настоящей работы построены модели $ARIMA(p, d, q)$ с показателями $p = 6$ и $q = 6$, которые дают лучший прогноз на 2013 г. и на 2018 г. Большие по амплитуде ежегодные подъемы и падения приходятся на декабрь, когда по результатам года многим работникам выплачивают одновременно сумму, существенно превышающую ежемесячный заработок. Повышение заработной платы в июне-июле, связанное, скорее всего, с отпускными выплатами, хорошо описывается моделями 6-го порядка.

В качестве предмета дальнейших исследований можно рассматривать более детальный анализ временных рядов: в первую очередь, декомпозицию ряда на тренд, сезонную составляющую и шум.

Литература:

1. «Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения НИУ-ВШЭ (RLMS-HSE)», проводимый Национальным исследовательским университетом «Высшая школа экономики» и ООО «Демоскоп» при участии Центра народонаселения Университета Северной Каролины в Чапел Хилле и Института социологии Федерального научно-исследовательского социологического центра РАН. <http://www.cpc.unc.edu/projects/rlms>, <http://www.hse.ru/rlms>.
2. Единый архив экономических и социологических данных. Динамические ряды макроэкономической статистики РФ. Заработная плата. <http://sophist.hse.ru/hse/nindex.shtml>
3. Соболев Э.Н. Оплата труда в системе социально-трудовых отношений: стереотипы и российские реалии. Научный доклад. М.: Институт экономики РАН, 2017. 50 с.
4. Алексахин А.В., Ломоносова Н.В. Современные особенности развития региональных рынков труда // Актуальные проблемы естественных и гуманитарных наук. Сб. науч. трудов Второй заочн. Междунар. конф. проф.-преп. состава. Казань: Печать-Сервис XXI век, 2018. С. 76–77.
5. Айвазян С.А., Березняцкий А.Н., Бродский Б.Е. Модели социально-экономических показателей России // Прикладная эконометрика. 2018. Т. 51. С. 5–32.
6. Goldschmidt D., Schmieder J.F. The Rise of domestic outsourcing and the evolution of the german wage structure // The Quarterly Journal of Economics. 2017. V. 132. Is. 3. P. 1165–1217. doi:10.1093/qje/qjx008.
7. Cepni O., Ethem Guney I., Swanson N.R. Nowcasting and forecasting GDP in emerging markets using global financial and macroeconomic diffusion indexes // Int. J. Forecast. 2018. V. 35. Is. 2. P. 555–572. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.10.008.
8. Hyndman R.J., Khandakar Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for R // J. Statistical Software. 2008. V. 27. Is. 1. P. 1–22. doi:10.18637/jss.v027.i03.
9. Hyndman R. J., Athanasopoulos G. Forecasting: Principles and practice: 2nd ed. OTexts, 2018. 382 p.
10. Бокс Дж., Дженкинс Г.М. Анализ временных рядов. Прогноз и управление: пер. с англ. / Под ред. В.Ф. Писаренко. М.: Мир, 1974. Кн. 1. 406 с. Кн. 2. 197 с.
11. Айвазян С.А. Прикладная статистика. Основы эконометрики: в 2-х т. Т. 2. М.: Юнити-Дана, 2001. 432 с.
12. Said S.E., Dickey D.A. Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order // Biometrika. 1984. V. 71. Is. 3. P. 599–607. doi:10.1093/biomet/71.3.599.
13. Wold H. A study in the analysis of stationary time series: Second revised edition. Uppsala: Almqvist and Wiksell Book Co., 1954. 236 p.
14. Tarassow A. Forecasting U.S. money growth using economic uncertainty measures and regularisation techniques // Int. J. Forecast. 2018. V. 35. Is. 2. P. 443–457. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.09.012.
15. Cubadda G., Guardabascio B. Representation, estimation and forecasting of the multivariate index-augmented autoregressive model // Int. J. Forecast. 2018. V. 35. Is. 1. P. 67–79. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.08.002.
16. Chan K.S., Goracci G. On the ergodicity of first-order threshold autoregressive moving-average processes // J. Time Series Analysis. 2018. V. 40. Is. 2. P. 256–264.

doi:10.1111/jtsa.12440.

17. Askanazi R., Diebold F.X., Shin M. On comparison of interval forecasts // *J. Time Series Analysis*. 2018. V. 39. Is. 6. P. 953–965. doi: 10.1111/jtsa.12426.

18. Strijbis O., Arnesen S. Explaining variance in the accuracy of prediction markets // *Int. J. Forecast.* 2018. V. 35. Is. 1. P. 408–419. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.04.009.

19. Dress K., Lessmann S., von Mettenheim H.-J. Residual value forecasting using asymmetric cost functions // *Int. J. Forecast.* 2018. V. 35. Is. 1. P. 408–419. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.04.009.

20. Dantas T.M., Oliveira F.L.C. Improving time series forecasting: An approach combining bootstrap aggregation, clusters and exponential smoothing // *Int. J. Forecast.* 2018. V. 34. Is. 4. P. 748–761. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.05.006.

References:

1. «The Russian Longitudinal Monitoring Survey – Higher School of Economics (RLMS-HSE)», conducted by the National Research University Higher School of Economics and OOO “Demoscope” together with Carolina Population Center, University of North Carolina at Chapel Hill and the Federal Center of Theoretical and Applied Sociology of the Russian Academy of Sciences. <http://www.cpc.unc.edu/projects/rlms>, <http://www.hse.ru/rlms>. (in Russ.)

2. Dynamic series of macroeconomic statistics of the Russian Federation. Salary. <http://sophist.hse.ru/hse/nindex.shtml> (in Russ.)

3. Sobolev E.N. Remuneration in the system of social and labor relations: stereotypes and Russian realities. Scientific report. Moscow: Institute of Economics RAS, 2017. 50 p. (in Russ.)

4. Aleksakhin A., Lomonosova N. Modern features of the development of regional labor markets. Actual problems of natural and human sciences. Collection of scientific papers of the Second Int. Conf. of Faculty. Kazan: Pechat’-Service XXI vek. Publ., 2018: 76-77. (in Russ.)

5. Aivazyan S., Bereznyatsky A., Brodsky B. Modeling Russian social indicators. *Prikladnaya ekonometrika* (Applied Econometrics). 2018; 3(51): 5-32. (in Russ.)

6. Goldschmidt D., Schmieder J.F. The Rise of Domestic Outsourcing and the Evolution of the German Wage Structure. *The Quarterly Journal of Economics*. 2017; 132(3): 1165-1217. doi:10.1093/qje/qjx008.

7. Cepni O., Ethem Guney I., Swanson N.R. Nowcasting and forecasting GDP in emerging markets using global financial and macroeconomic diffusion indexes. *Int. J. Forecast.* 2018; 35(2): 555-572. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.10.008.

8. Hyndman R.J., Khandakar Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for R. *J. Statistical Software*. 2008; 27(1): 1-22. doi:10.18637/jss.v027.i03.

9. Hyndman R.J., Athanasopoulos G. Forecasting: Principles and practice: 2nd ed. OTexts, 2018. 382 p.

10. Box G., Jenkins G. Time series analysis: Forecast and management. John Wiley and Sons, 2008. 712 p.

11. Aivazyan S. Applied statistics. Fundamentals of econometrics: in 2 volumes. V. 2. Moscow: Unity-Dana Publ., 2001. 432 p.

12. Said S.E., Dickey D.A. Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika*. 1984; 71(3): 599-607. doi:10.1093/biomet/71.3.599.

13. Wold H. A Study in the analysis of stationary time series: Second revised edition. Uppsala: Almqvist and Wiksell Book Co., 1954. 236 p.
14. Tarassow A. Forecasting U.S. money growth using economic uncertainty measures and regularisation techniques. *Int. J. Forecast.* 2018; 35(2): 443-457. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.09.012.
15. Cubadda G., Guardabascio B. Representation, estimation and forecasting of the multivariate index-augmented autoregressive model. *Int. J. Forecast.* 2018; 35(1): 67-79. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.08.002.
16. Chan K.S., Goracci G. On the ergodicity of first-order threshold autoregressive moving-average processes. *J. Time Series Analysis.* 2018; 40(2): 256-264. doi:10.1111/jtsa.12440.
17. Askanazi R., Diebold F.X., Shin M. On Comparison of interval forecasts. *J. Time Series Analysis.* 2018; 39(6): 953-965. doi: 10.1111/jtsa.12426.
18. Strijbis O., Arnesen S. Explaining variance in the accuracy of prediction markets. *Int. J. Forecast.* 2018; 35(1): 408-419. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.04.009.
19. Dress K., Lessmann S., von Mettenheim H.-J. Residual value forecasting using asymmetric cost functions. *Int. J. Forecast.* 2018; 35(1): 408-419. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.04.009.
20. Dantas T.M., Oliveira F.L.C. Improving time series forecasting: An approach combining bootstrap aggregation, clusters and exponential smoothing. *Int. J. Forecast.* 2018; 34(4): 748-761. doi: 10.1016/j.ijforecast.2018.05.006.

Об авторе:

Петрусевич Денис Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского, д. 78).

About the author:

Denis A. Petrusевич, Ph.D., Associate Professor of the Chair of Higher Mathematics, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo pr., Moscow 119454, Russia).

Для цитирования: Петрусевич Д.А. Анализ математических моделей, используемых для прогнозирования эконометрических временных рядов // Российский технологический журнал. 2019. Т. 7. № 2. С. 61–73. DOI: 10.32362/2500-316X-2019-7-2-61-73

For citation: Petrusевич D.A. Analysis of mathematical models used for econometrical time series forecasting. *Rossiyskiy tekhnologicheskiy zhurnal* (Russian Technological Journal). 2019; 7(2): 61-73. (in Russ.). DOI: 10.32362/2500-316X-2019-7-2-61-73