УДК 519.816

ВЫБОР РЕШЕНИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВАРИАНТОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ ВЕСАМИ

А.А. Пастушков@,
В.К. Батоврин

МИРЭА – Российский технологический университет, Москва 119454, Россия
@Автор для переписки, e-mail: Al.Pastushkov@mail.ru

В работе предложен новый однопараметрический подход к выбору оптимальных решений при проектировании сложных систем, основанный на анализе дерева вариантов со случайными весами (здесь вес – это некоторая неотрицательная величина: например, стоимость, масса, потребление энергии и т.д.). В его основе лежит утверждение о том, что дерево вариантов образует матроид, на котором оптимальное решение может быть найдено с использованием «жадного» алгоритма. При неотрицательных значениях математического ожидания и дисперсии веса элементов дерева вариантов можно рассматривать как составляющие векторов, принадлежащих полукольцу. Показано, что при соответствующем определении операций сложения и умножения на полукольце можно задать функцию, удовлетворяющую аксиомам нормы и совпадающую по структуре с выражением для верхней границы доверительного интервала. После определения веса элементов дерева через введенную функцию нормы найдена оценка верхней границы доверительного интервала дерева вариантов с минимальным весом. Описанный подход может быть использован на различных этапах проектирования сложных систем, включая, в том числе, разработку профилей систем. Он позволяет повысить обоснованность принимаемых решений.

Ключевые слова: сложная система, оптимизация структуры, «жадный» алгоритм, матроид, кольцо, полукольцо, матричные алгебры над полукольцами.

SELECTION OF SOLUTIONS FOR DESIGNING OPEN SYSTEMS BASED ON ANALYSIS OF VARIANTS WITH RANDOM WEIGHTS

A. A. Pastushkov@,
V.K. Batovrin

MIREA – Russian Technological University, Moscow 119454, Russia
@Corresponding author e-mail: Al.Pastushkov@mail.ru

A new one-parameter approach to the selection of optimal solutions for the design of complex systems is proposed. The approach is based on the analysis of a tree of variants with random weights (here weight is a certain non-negative quantity: for example, cost, mass, energy consumption, etc.). At the root of the method suggested in the work lies the fact that the tree of variants forms a matroid, on which the optimal solution can be found using the "greedy" algorithm. The basis of the method proposed in the paper is the fact that in case of non-negative values of the mathematical expectation and variance of the elements of the variants tree they can be considered as components of vectors belonging to a semiring. It is shown that the appropriate definition of the operations of addition and multiplication makes it possible to define a function on the semiring. This function satisfies the norm axioms of vectors and coincides in structure with the expression for the upper bound of the confidence interval. After determining the weight of the tree elements through the introduced norm function the upper bound of the confidence interval of the variant tree with the minimum weight was found. The approach suggested in the work can be used at various stages of designing complex systems, including, among other things, the development of system profiles, and makes it possible to increase the validity of the decisions made.

Keywords: complex system, structure optimization, "greedy" algorithm, matroid, ring, semiring, matrix algebras over semirings.

Введение

При проектировании сложных систем, как правило, возникает необходимость выбора варианта системы, обладающей той или иной оптимальной характеристикой. Поскольку современные системы состоят из большого числа элементов, при этом каждый из элементов, как правило, имеет множественное исполнение, то выбор оптимального варианта системы в общем случае сводится к переборной или NP-полной задаче. Известно, что данные задачи не могут быть решены за приемлемый отрезок времени, что делает актуальным разработку методов, имеющих полиномиальную сложность и, следовательно, конечное время решения оптимизационной задачи.

Наиболее эффективный подход к оптимизации сложной системы, по нашему мнению, заключается в представлении системы в виде некоторой иерархии с последующей оптимизацией уже иерархической структуры. В ряде случаев подобные иерархические структуры являются объектами стандартизации: например, применительно к разработке любого воздушного, морского и наземного транспорта или оборудования действуют общепризнанные рекомендации ASD1000 [1]. В других случаях иерархическую структуру создаваемой системы определяют в рамках процесса описания архитектуры, как это предусмотрено стандартом ISO/IEC/IEEE 42010 [2].

Вопросам, связанным с оптимизацией на иерархических структурах и сетях, посвящен обширный круг работ [3–7] (см. также библиографию, приведенную в этих работах). Они в основном связаны с созданием теории управления организационными системами или с управлением в сетях. В частности, рассмотрены практические применения разработанной теории к задаче управления технологическим процессом, обсуждается задача о распределении ограниченных ресурсов в системе с устойчивой иерархией. Методы оптимизации на иерархиях практически не применяются для оптимизации технических систем. Хотя в [7] и описаны иерархические и сетевые структуры, но процесс оптимизации на них рассматривается, как NP-полная задача. При таком подходе для реальных систем задача оптимизации невыполнима. Известен приближенный метод, предназначенный для решения NP-полных задач дискретного программирования с булевыми переменными [8]. Однако в основном для оптимизации технических систем используют методы математического программирования [9, 10], и, как следствие, процесс поиска системы с оптимальными характеристиками весьма сложен, а в большинстве случаев является приближенным.

Цель настоящей работы – решение однопараметрической задачи поиска иерархической структуры с оптимальным весом применительно к технической системе.

Допустим, что система может быть представлена в виде объединения n блоков. При этом каждый блок имеет m альтернативных вариантов исполнения (первый уровень декомпозиции). Пусть каждый блок первого уровня декомпозиции имеет также несколько альтернативных вариантов, образуя второй уровень декомпозиции и т.д., пока подобное разбиение блоков возможно. В результате такой декомпозиции будет получена некоторая иерархическая структура.

Наиболее часто в качестве метода анализа иерархических структур (МАИ) используется метод, разработанный Т. Саати [12], который применим при наличии одного или нескольких критериев оптимизации [13] и который можно обобщить на случай стохастических и интервальных экспертных оценок. Строгое обоснование МАИ впервые дано В.Д. Ногиным [13, 14]. Однако указанные в этих работах условия корректности МАИ будут выполняться далеко не для всех практически важных задач. Следует также отметить, что обычно оптимальная иерархическая структура определяется с использованием «жадного» алгоритма, когда единственно оптимальное решение выбирается локально в каждом узле. Такие алгоритмы в общем случае не могут обеспечить оптимальность всего дерева в целом [14, 15].

Другим примером, близким к методу анализа иерархических структур, является метод стохастического сетевого планирования [16], но в этом случае приходится искать не системы, обладающие той или иной оптимальной характеристикой, а последовательность узлов, имеющих оптимальную характеристику. Сродни предлагаемому в настоящей работе методу является метод доверительной оценки трудоемкости алгоритмов [17, 18].

Рассмотрим алгоритм построения оптимальной иерархической структуры с минимальным весом для случаев узлов с детерминированными и случайными весами.

Выбор решений при проектировании сложных систем на основе анализа вариантов со случайными весами

Рассмотрим полученную путем последовательной декомпозиции блоков объекта иерархическую структуру. Каждому блоку припишем некоторую неотрицательную величину $\omega_{\text{вес}}$, а каждому элементу, соединяющему блоки A_i, A_j, вес $c_{i,j}$. Тогда изделие с минимальным весом можно собрать, с учетом весов соединяющих элементов, выбирая на смежных уровнях декомпозиции блоки с минимальным суммарным весом.

Рассмотрим случай, когда веса блоков и межблочных соединений являются детерминированными величинами. Предположим, что каждый блок $a_{i,j}^k$, где i – номер группы, j – номер блока в группе, k – номер уровня декомпозиции, может быть реализован в m[1] вариантах. Дан вес для каждого варианта блока $\omega_{i,j}^k$ и каждого элемента соединения блоков $c_{i,j}^k$.

[1]В данном случае m – это максимальное число вариантов; если для некоторого блока число вариантов меньше m, то вес данного варианта в зависимости от контекста задачи будет принимать значение либо 0, либо ∞; так, при поиске объекта с минимальным весом, вес отсутствующего варианта блока принимается равным ∞.

Обратимся к порядку образования веса объекта при последовательной схеме соединения блоков, представленной на рис. 1.

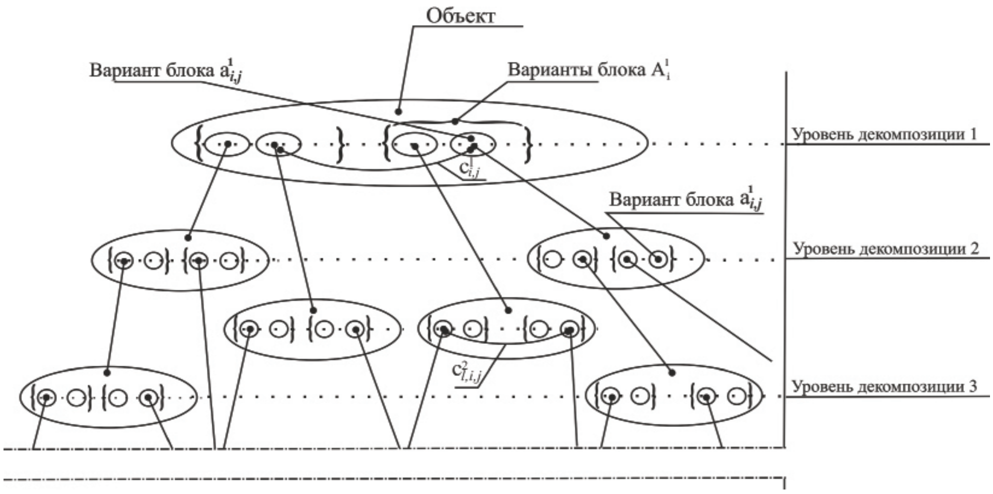

Рис. 1. Дерево вариантов для схемы соединения блоков объекта $a^k_{i,j}$,
где i – номер блока; j – номер варианта блока; k – номер уровня декомпозиции;
$c^k_{i,j}$ – вес соединения блоков i и j на уровне декомпозиции k.

Рассмотрим теперь алгоритм выбора оптимального набора блоков, комплектующих изделие с минимальным весом.

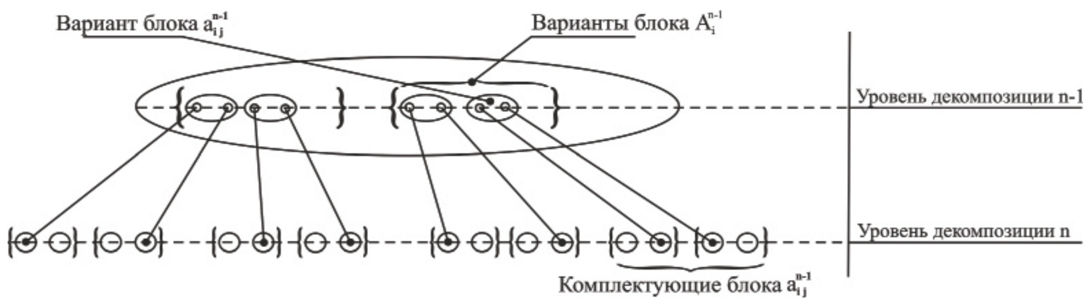

Рис. 2. Схема выбора оптимального набора блоков.

Рассмотрим следующий «жадный» алгоритм. В каждой из групп вариантов, находящихся на нижнем уровне декомпозиции n, выберем комплектующие объекты с минимальным весом. Сложим этот вес с весами соединительных элементов соответствующих блоков в предыдущих группах n–1 уровня и найдем в каждой из групп вариантов блок с минимальным суммарным весом. Затем проделаем те же операции на уровнях детализации n–1, n–2 и т.д. до первого уровня. В результате получим дерево от корня до листьев, вес которого будет минимальным (рис. 3).

Отметим, что множество всех вариантов является ациклическим графом, состоящим из множества непересекающихся деревьев. Обоснование рассмотренного выше алгоритма следует из теоремы, приведенной в [19].

Теорема. Пусть J – некоторый набор подмножества конечного множества E. (E, J) является матроидом тогда и только тогда, когда J удовлетворяет следующим условиям:

1) $\varnothing \in J$;

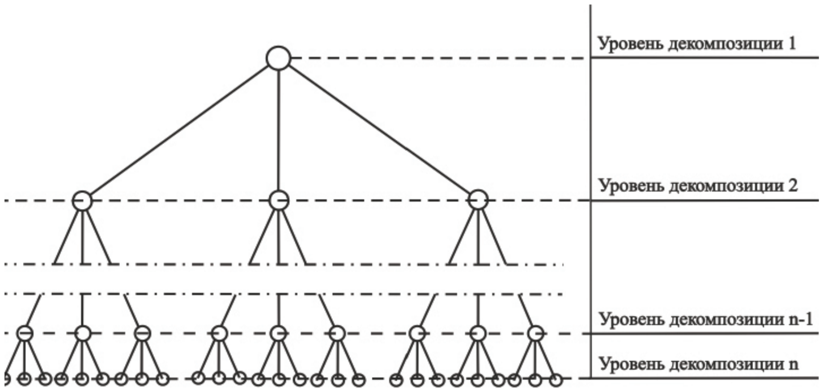

Рис. 3. Дерево вариантов.

2) если $I \in J$, $R \subset I$, то $R \in J$;

3) для произвольной положительной весовой функции «жадный» алгоритм строит множество максимального веса на J.

Покажем, что полученный результат удовлетворяет последней теореме:

1) Пустое множество является ациклическим, следовательно, содержится в J. Первое условие выполняется.

2) Любое подмножество ациклического графа является ациклическим. Второе условие теоремы также выполняется.

3) Третье условие теоремы выполнятся в соответствии с алгоритмом построения дерева вариантов с минимальным весом.

Обратимся теперь к случаю, когда вес некоторых или всех узлов дерева есть величина случайная. Положим, что веса каждого узла распределены по нормальному закону[2] и представляют собой случайные независимые величины, тогда вес каждого i-го узла можно охарактеризовать двумя параметрами: m_i – математическим ожиданием и σ_i – средним квадратическим отклонением[3].

В качестве весовой функции i-го узла возьмем функцию

$$\omega_{\boldsymbol{i}} = m_i + t_P \sqrt{\sigma_i^2}$$

Тогда в качестве оценки верхней границы для минимального суммарного веса дерева с заданной вероятностью P_{dov} можем взять верхнюю границу доверительного интервала

$$G_{\boldsymbol{в}} \le \sum_i m_i + t_P \sqrt{\sum_i \sigma_i^2},$$

где суммирование ведется по всем выбранным блокам;

t_P – граница доверительного интервала, определяемая из выражения [20]

$$P_{dov} = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_P} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt.$$

[2]На самом деле достаточно потребовать, чтобы выполнялись условия для применения центральной предельной теоремы.

[3]Если вес некоторого узла – величина неслучайная, то для него σ_i считается равным нулю.

Если допустить, что $P_{dov} > 0.69$, тогда $t_P > 1$.

Алгоритм построения дерева с минимальным случайным весом

Алгоритм можно построить так же, как и для случая дерева с узлами, имеющими детерминированный вес. Однако здесь на каждом уровне k при сравнении весов узлов в качестве суммарного веса с учетом веса узлов соединения будем брать величину

$$\sum_j m^k_{\min,j} + t_P \sqrt{\sum_j \left(\sigma^k_{\min,j}\right)^2} ,$$

где $m^k_{\min,j}, \sigma^k_{\min,j}$ определяются из условия:

$$m^k_{\min,j} + t_P \sigma^k_{\min,j} = \min_i \left(m^k_{i,j} + t_P \sigma^k_{i,j}\right) .$$

Тогда для максимального значения верхней границы доверительного интервала суммы весов на уровне k будет справедлива следующая оценка:

$$G^k_{\boldsymbol{в}} \le \sum_j m^k_{\min,j} + t_P \sqrt{\sum_j \left(\sigma^k_{\min,j}\right)^2} .$$

Докажем правомерность этого алгоритма.

Пусть задано полукольцо $\boldsymbol{R}_+$ неотрицательных действительных чисел, тогда множество $\boldsymbol{S(a}$,+,* ,**0**,**1**) упорядоченных пар неотрицательных действительных чисел является полукольцом [21–23]. Рассмотрим на $\boldsymbol{S}$ операцию прямого сложения [24] с действиями:

$$\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{a}_j = (a_{1,i} + a_{1,j}, a_{2,i} + a_{2,j}) ,$$

$$\boldsymbol{a}_i \cdot \boldsymbol{a}_j = (a_{1,i} \cdot a_{1,j}, a_{2,i} \cdot a_{2,j}) .$$

Зададим на множестве $\boldsymbol{S}$ функцию:

$$\omega(\boldsymbol{a}_i) = a_{1,i} + t\sqrt{a_{2.i}} ,\ t > 1,$$

тогда функция ω от суммы и произведения будет равна

$$\omega(\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{a}_j) = a_{1,i} + a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,i} + a_{2,j}} ,$$

$$\omega(\boldsymbol{a}_i \cdot \boldsymbol{a}_j) = a_{1,i} a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,i} a_{2,j}}$$

Покажем, что функция ω на $\boldsymbol{S}$, при $t \ge 1$, удовлетворяет всем аксиомам нормы. Действительно:

1) $\|\boldsymbol{a}_i\| \ge 0$,

$\|\boldsymbol{a}_i\| = a_{1,i} + t a_{2,i} \ge 0,$ т.к. $a_{1,i}, a_{2,i}, t \ge 1;$

2) $\|\lambda \boldsymbol{a}_i\| = |\lambda| \|\boldsymbol{a}_i\|,$

$$\|\lambda \boldsymbol{a}_i\| = \|\lambda a_{1,i}, \lambda a_{2,i}\| = \|\lambda(a_{1,i}, a_{2,i})\| = |\lambda| \|(a_{1,i}, a_{2,i})\| = |\lambda|(a_{1,i} + t\sqrt{a_{2,i}});$$

3) $\|\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{a}_j\| \le \|\boldsymbol{a}_i\| + \|\boldsymbol{a}_j\|$,

$$\|\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{a}_j\| = a_{1,i} + a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,i} + a_{2,j}},$$

$$\|\boldsymbol{a}_i\| + \|\boldsymbol{a}_j\| = a_{1,i} + t\sqrt{a_{2,i}} + a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,j}} = (a_{1,i} + a_{1,j}) + t(\sqrt{a_{2,i}} + \sqrt{a_{2,j}}),$$

так как $\sqrt{a_{2,i} + a_{2,j}} \le (\sqrt{a_{2,i}} + \sqrt{a_{2,j}})$, то $\|\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{a}_j\| \le \|\boldsymbol{a}_i\| + \|\boldsymbol{a}_j\|$;

4) $\|\boldsymbol{a}_i \boldsymbol{a}_j\| \le \|\boldsymbol{a}_i\| \cdot \|\boldsymbol{a}_j\|$,

$$\|\boldsymbol{a}_i \boldsymbol{a}_j\| = a_{1,i} a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,i} a_{2,j}},$$

$$\|\boldsymbol{a}_i\| \cdot \|\boldsymbol{a}_j\| = (a_{1,i} + t\sqrt{a_{2,i}}) \cdot (a_{1,j} + \sqrt{t a_{2,j}}) = a_{1,i} a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,i}}\, a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,j}}\, a_{1,i} +$$
$$+ t^2 \sqrt{a_{2,i} a_{2,j}},$$

откуда при $t > 1$ следует, что

$$\|\boldsymbol{a}_i \boldsymbol{a}_j\| \le \|\boldsymbol{a}_i\| \cdot \|\boldsymbol{a}_j\|.$$

Поставим в соответствие прямой сумме элементов полукольца весовую функцию ω, совпадающую с его нормой, то есть

$$\omega(\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{a}_j) = \|\boldsymbol{a}_i + \boldsymbol{a}_j\| = a_{1,i} + a_{1,j} + t\sqrt{a_{2,i} + a_{2,j}}$$

или в общем случае

$$\omega\left(\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{a}_k\right) = \sum_{k=1}^{n} a_{k,1} + t\sqrt{\sum_{k=1}^{n} a_{k,2}}.$$

Положив в последнем выражении $a_{1,j} = m^k_{\min,j}$, $a_{2.j} = (\sigma^k_{\min,j})^2$ и $t = t_P \ge 1$, получим с заданной вероятностью P_{dov} оценку верхней границы для минимального суммарного веса дерева:

$$G_{\boldsymbol{в}} \le \sum_{j,k} m^k_{\min,j} + t_P \sqrt{\sum_{j,k} (\sigma^k_{\min,j})^2},$$

где суммирование выполняется сначала по индексу j, а затем по индексу k.

Построенный таким образом алгоритм является оптимальным: действительно, поскольку множество всех вариантов деревьев иерархий является матроидом (следствие теоремы [19]), а алгоритм поиска дерева с минимальным весом является «жадным», то в соответствии с теоремой Радо-Эдмондса [25] алгоритм построения дерева с минимальным весом будет оптимальным.

Оценим сложность предложенного алгоритма. Предположим (для простоты), что система может быть представлена в виде объединения m блоков. При этом каждый блок имеет m альтернативных вариантов исполнения (первый уровень декомпозиции). Каждый блок первого уровня декомпозиции имеет также m альтернативных вариантов исполнения и т.д. Вес соединения блоков примем равным нулю.

Алгоритм нахождения дерева с минимальным весом состоит из двух операций:

- нахождение блока с минимальным весом;
- суммирование блоков с минимальными весами.

Оценка сложности операции нахождения блока с минимальным весом в каждой группе из m альтернативных блоков имеет вид:

$$S_{\min} \le m^2 .$$

Число групп блоков на уровне декомпозиции k, при высказанных предположениях, равно $n_k = m^{k-1}$. Тогда оценка сложности операции нахождения минимальных блоков на уровне k имеет вид:

$$S_{\min}^{k} \le m^2 m^{k-1},$$

и оценка сложности операции нахождения блоков с минимальным весом по всем n уровням выглядит, как

$$S_{\min}^{\Sigma} \le m^2 \sum_{i=1}^{n} m^{i-1} = m^2 \frac{m^n - 1}{m - 1}.$$

При выполнении условия $m >> 1$ получим

$$S_{\min}^{\Sigma} \le m^2 m^{n-1} = m^{n+1}.$$

Указанную величину можно взять в качестве оценки сложности алгоритма. Сложность алгоритма является полиномиальной, и, следовательно, задача нахождения системы с минимальным весом решается за конечное время.

Заключение

Предложенный в работе алгоритм позволяет произвести оптимизацию изделия по одному параметру – весу объекта (массе, энергопотреблению, стоимости и т.д.). В связи с этим при отборе вариантов необходимо задавать допустимые пределы изменения неоптимизируемых параметров. Следует отметить, что определение допусков для отдельных блоков в общем случае – задача нетривиальная, но в первом приближении ее можно решить, исходя из опыта, накопленного при производстве предыдущих вариантов изделия. Важно иметь в виду, что на практике возможно получение нескольких объектов с одинаковым (почти одинаковым) минимальным весом. Тогда при выборе единственного объекта следует сравнивать между собой другие неоптимизируемые параметры объекта.

Литература:

1. S1000D-B6865-01000-00 International specification for technical publications using a common source database. 2016. Iss. 4.2. Режим доступа: http://public.s1000d.org/Downloads/Pages/S1000DDownloads.aspx, свободный.

2. ISO/IEC/IEEE 42010:2011 Systems and software engineering. Architecture description. Режим доступа: https://www.iso.org/standard/50508.html, свободный.

3. Губко М.В. Математические модели оптимизации иерархических структур. М.: Ленанд, 2008. 360 с.

4. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Социальные сети: Модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Физматлит, 2010. 228 с.

5. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Губко М.В. Introduction to theory of control in organizations. Boca Raton, USA: CRC Press, 2015. 346 с.

6. Новиков Д.А. Комплексные модели системной оптимизации производственно-экономической деятельности предприятия // Управление большими системами. 2017. Вып. 65. С. 118–152.

7. Кузнецов А.В. Распределение ограниченных ресурсов в системе с устойчивой иерархией (на примере перспективной системы военной связи) // Управление большими системами. 2017. Вып. 66. С. 68–93.

8. Гайкович А.И. Основы теории проектирования сложных технических систем. СПб.: НИЦ «Моринтех», 2001. 432 с.

9. Мезенцев Ю.А. Практические аспекты реализации эффективного алгоритма решения задач оптимальной комплектации // Доклады АН ВШ РФ. 2013. № 1(20). С. 26–34.

10. Островский Г.М., Волин Ю.М. Технические системы в условиях неопределенности. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. 319 с.

11. Резчиков А.Ф., Кушников В.А., Иващенко В.А., Фоминых Д.С., Богомолов А.С., Филимонюк Л.Ю. Модели и алгоритмы управления процессом сварки роботизированными технологическими комплексами по критерию качества производимой продукции // Управление большими системами. 2018. Вып. 71. С. 98–122.

12. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. М.: Радио и связь, 1991. 224 с.

13. Ногин В.Д. Логическое обоснование принципа Эджворта-Парето // Журн. вычисл. математ. и математ. физики. 2002. Т. 42. № 7. С. 950–956.

14. Ногин В.Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев // Журн. вычисл. математ. и математ. физики. 2004. Т. 44. № 7. С. 1259–1268.

15. Подиновский В.В., Подиновская О.В. О некорректности метода анализа иерархий // Проблемы управления. 2011. № 1. С. 8–13.

16. Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. Воронеж: Научная книга, 2010. 284 с.

17. Петрушин В.Н., Ульянов М.В. Информационная чувствительность компьютерных алгоритмов. М.: Физматлит, 2010. 224 с.

18. Ульянов М.В., Петрушин В.Н., Кривенцов А.С. Доверительная трудоемкость – новая оценка качества алгоритмов // Информ. технологии и вычислит. системы. 2009. № 2. С. 23–37.

19. Oxley J.G. Matroid Theory. Oxford University Press, 1993. 532 p.

20. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979. 496 с.

21. Шитов Я.Н. О совпадении факторизационного ранга и ранга Гондрана–Мину матриц над полукольцом // Фундамент. и прикл. математика. 2011/2012. Т. 17. № 6. С. 223–232.

22. Шматков В.Д. Изоморфизмы и автоморфизмы матричных алгебр над полукольцами // Фундамент. и прикл. математика. 2014. Т. 19. Вып. 6. С. 251–260.

23. Гутерман А.Э., Крейнес Е.М. Монотонные линейные отображения матриц над полукольцами // Фундамент. и прикл. математика. 2016. Т. 21. № 1. С. 105–122.

24. Шафаревич И.Р. Основные понятия алгебры. Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1999. 348 с.

25. Липский В. Комбинаторика для программиста. М.: Мир, 1988. 200 с.

References:

1. S1000D-B6865-01000-00 International specification for technical publications using a common source database. 2016. Iss. 4.2. Access mode: http://public.s1000d.org/Downloads/Pages/S1000DDownloads.aspx

2. SO/IEC/IEEE 42010:2011 Systems and software engineering. Architecture description. Access mode: https://www.iso.org/standard/50508.html

3. Gubko M.V. Mathematical models of optimization of hierarchical structures. Moscow: Lenand Publ., 2008. 360 p. (in Russ.)

4. Gubanov D.A., Novikov D.A., Chkhartishvili A.G. Social networks: Models of information influence, governance and confrontation. Moscow: Fizmatlit, 2010. 228 p. (in Russ.)

5. Burkov V.N., Korgin N.A., Novikov D.A., Gubko M.V. Introduction to the theory of control in organizations. Boca Raton, USA: CRC Press, 2015. 346 p.

6. Novikov D.A. Complex models of system optimization of industrial and economic activity of the enterprise // Upravleniye bol'shimi sistemami (Management of Large Systems). 2017. Iss. 65. P. 118–152. (in Russ.)

7. Kuznetsov A.V. Distribution of limited resources in a system with a stable hierarchy (on the example of a prospective military communications system) // Upravleniye bol'shimi sistemami (Management of Large Systems). 2017. Iss. 66. P. 68–93. (in Russ.)

8. Gaykovich A.I. Fundamentals of the theory of designing complex technical systems. Saint-Petersburg: SRC "Morintekh", 2001. 432 p. (in Russ.)

9. Mezentsev Yu.A. Practical aspects of implementing an effective algorithm for solving optimal configuration problems // Reports of the Academy of Sciences of Higher School of the Russian Federation. 2013. № 1(20). P. 26–34. (in Russ.)

10. Ostrovsky G.M., Volin Yu.M. Technical systems under conditions of uncertainty. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2008. 319 p. (in Russ.)

11. Rezchikov A.F., Kushnikov V.A., Ivaschenko V.A., Fominykh D.S., Bogomolov A.S., Filimonuk L.Yu. Models and algorithms for controlling the welding process by robotic technological complexes by the criterion of the quality of the products produced // Upravleniye bol'shimi sistemami (Management of Large Systems). 2018. Iss. 71. P. 98–122. (in Russ.)

12. Saati T., Kerns K. Analytical Planning. Organization of systems. Moscow: Radio i Svyaz' Publ., 1991. 224 p. (in Russ.)

13. Nogin V.D. A logical substantiation of the Edgeworth-Pareto principle // Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki (Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics). 2002. V. 42. № 7. P. 950–956. (in Russ.)

14. Nogin V.D. A simplified version of the method of analyzing hierarchies based on a non-linear convolution of the criteria // Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki (Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics). 2004. V. 44. № 7. P. 1259–1268. (in Russ.)

15. Podinkovsky V.V., Podinkovskaya O.V. On the incorrectness of the method of analyzing hierarchies // Problemy upravleniya (Problems of Management). 2011. № 1. P. 8–13. (in Russ.)

16. Golenko-Ginzburg, D.I. Stochastic network models of planning and development management. Voronezh: Nauchnaya kniga Publ., 2010. 284 p. (in Russ.)

17. Petrushin V.N., Ulyanov M.V. Information sensitivity of computer algorithms. Moscow: Fizmatlit Publ., 2010. 224 p. (in Russ.)

28. Ulyanov M.V., Petrushin V.N., Kriventsov A.S. Confidence-based laboriousness – a new assessment of the quality of algorithms // Inform. tekhnologii i vychislit. sistemy (Information Technology and Computing Systems). 2009. № 2. P. 23–37. (in Russ.)

19. Oxley J.G. Matroid Theory. Oxford University Press, 1993. 532 p.

20. Pugachev V.S. Theory of Probability and Mathematical Statistics. Moscow: Nauka Publ., 1979. 496 p. (in Russ.)

21. Shitov Ya.N. On the coincidence of the factorization rank and the Gondran-Mina rank of matrices over a semiring // Fundamental'naya i prikladnaya matematika (Fundamental and Applied Mathematics). 2011/2012. V. 17. № 6. P. 223–232. (in Russ.)

22. Shmatkov V.D. Isomorphisms and automorphisms of matrix algebras over semirings // Fundamental'naya i prikladnaya matematika (Fundamental and Applied Mathematics). 2014. V. 19. № 6. P. 251–260. (in Russ.)

23. Guterman A.E., Kreines E.M. Monotone linear maps of matrices over semirings // Fundamental'naya i prikladnaya matematika (Fundamental and Applied Mathematics). 2016. V. 21. № 1. P. 105–122. (in Russ.)

24. Shafarevich I.R. Basic concepts of algebra. Izhevsk: Izhevsk Republican Printing House, 1999. 348 p. (in Russ.)

25. Lipsky V. Combinatorics for the programmer. Moscow: Mir Publ., 1988. 200 p. (in Russ.)

Об авторах:

Пастушков Александр Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры информационных систем Института кибернетики ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского д. 78).

Батоврин Виктор Константинович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой информационных систем Института кибернетики ФГБОУ ВО ««МИРЭА – Российский технологический университет» (119454, Россия, Москва, пр-т Вернадского д. 78).

About the authors:

Alexander A. Pastushkov, Ph.D. (Eng.), Docent, Associate Professor of the Chair of Information Systems, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).

Viktor K. Batrovin, Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Head of the Chair of Information Systems, Institute of Cybernetics, MIREA – Russian Technological University (78, Vernadskogo Pr., Moscow 119454, Russia).