

УДК: 621.396.96

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Азизов А. Г., аспирант, Email: drian07@rambler.ru

Заикин Б. А., аспирант, Email: halfmazerkin@gmail.com

Калиниченко М. Е., аспирант, Email: mishka2104_90@mail.ru

Котов А. Ф., д.т.н., профессор, Email: kotov@mirea.ru

МГТУ МИРЭА, Москва, Россия

Аннотация. В статье рассмотрена задача фильтрации координат цели в однопозиционной радиолокационной системе. В рамках гауссовского приближения и с использованием марковской аппроксимации определён квазиоптимальный алгоритм, позволяющий получить оценки координат и корреляционную матрицу ошибок оценивания.

Ключевые слова: оценивание параметров в однопозиционной РЛС, фильтрация.

QUASIOPTIMAL ALGORITHM SECONDARY PROCESSING OF INFORMATION IN RADAR SYSTEM

Azizov A.G., postgraduate, Email: drian07@rambler.ru

Zaikin B.A., postgraduate, Email: halfmazerkin@gmail.com

Kalinichenko M. E., postgraduate, Email: mishka2104_90@mail.ru

Kotov A.F., professor, Email: kotov@mirea.ru

MSTU MIREA, Moscow, Russia

Abstract. In the article considered task of filtration of target coordinates in monostatic radar. Within the Gaussian approximation and using the Markov approximation defined quasioptimal algorithm, that produced an estimate of the coordinates and the correlation matrix of estimation errors.

Keywords: estimation of parameters in the monostatic radar, filtration.

В [1] рассмотрена задача фильтрации координат цели при приёме сигналов приёмными пунктами пассивной двухпозиционной радиолокационной системы. На практике в большинстве случаев радиолокационные системы являются активными и однопозиционными. Поэтому задача разработки квазиоптимального алгоритма фильтрации координат цели при приёме эхосигналов такими РЛС также является актуальной.

Пусть имеет место декартова система координат X, Y, Z и соблюдаются все условия, принятые в [2], в рамках гауссовского приближения. Пусть радиолокационная система (РЛС), расположенная в системе координат X, Y, Z в точке с координатами x_0, y_0, z_0 ($z_0=0$), определяет пеленги азимута β и угла места ε и измеряет радиодальномером

дальность R до цели Ц , местоположение которой определяется координатами x, y, z (рис.1). Тогда для пеленгов β и ε и дальности R можно записать выражение:

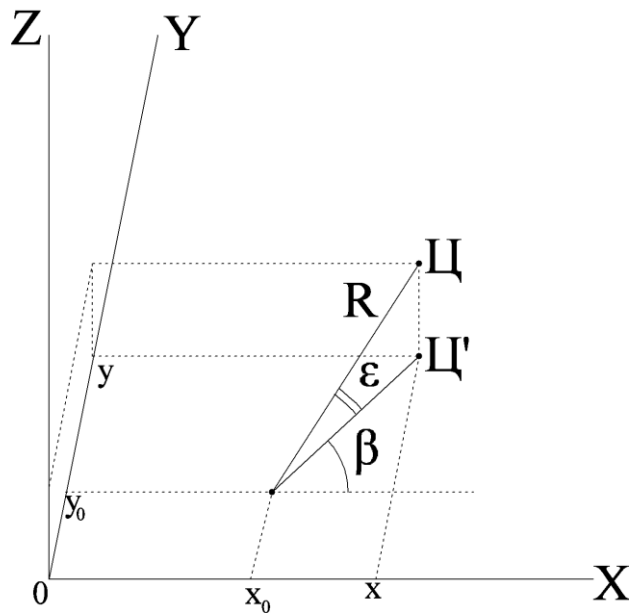


Рис. 1. Представление РЛС и цели в системе координат X, Y, Z.

$$\beta = \text{arctg} \frac{y - y_0}{x - x_0}, \tag{1}$$

$$\varepsilon = \text{arctg} \frac{z}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}, \tag{2}$$

$$R = \sqrt{z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}. \tag{3}$$

Будем полагать, что РЛС может быть неподвижной или медленно передвигаться. Пусть траектория движения цели на ν -м временном интервале описывается уравнениями [1]

$$\begin{cases} x^{(\nu)} = x^{(\nu-1)} + b_x n_x^{(\nu)}, \\ y^{(\nu)} = y^{(\nu-1)} + b_y n_y^{(\nu)}, \\ z^{(\nu)} = z^{(\nu-1)} + b_z n_z^{(\nu)}, \end{cases} \tag{4}$$

где b_x, b_y, b_z - элементы матрицы формирующих воздействий; $n_x^{(\nu)}, n_y^{(\nu)}, n_z^{(\nu)}$ - случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

Полагая, что уравнение состояния согласно [2] может быть записано в виде

$$\Lambda^{(\nu)} = \Phi \Lambda^{(\nu-1)} + B N^{(\nu-1)} \tag{5}$$

где Φ – матрица перехода; B – матрица формирующих воздействий; $N^{(v)}$ – гауссовский случайный вектор с $\langle N^{(v)} \rangle = 0$ и $\langle N^{(v)} N^{(v)} \rangle = I \delta_{\mu\nu}$; I – единичная матрица; $\delta_{\mu\nu}$ – символ Кронекера, из (4) получаем:

$$\Phi = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}; \quad B = \begin{Bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_z \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Таким образом, матрицы (6) имеют нулевые внедиагональные элементы, что говорит об отсутствии детерминированной связи между величинами x , y , z и статистической связи в случайных приращениях величин x , y , z .

Дисперсии приращения координат цели на одном тактовом интервале считаются известными. Обозначив дисперсии перемещения координат x , y , z , соответственно, D_x , D_y , D_z , получаем для среднеквадратической ошибки (СКО)

$$b_x = \sqrt{D_x}; \quad b_y = \sqrt{D_y}; \quad b_z = \sqrt{D_z}; \quad (7)$$

Истинные значения пеленгов и дальности по формулам (1)-(3) на v -м тактовом интервале равны

$$\begin{cases} \beta^{(v)} = \text{artctg} \left\{ \frac{y^{(v)} - y_0}{x^{(v)} - x_0} \right\} \\ \varepsilon^{(v)} = \text{arctg} \left\{ \frac{z^{(v)}}{\sqrt{(x^{(v)} - x_0)^2 + (y^{(v)} - y_0)^2}} \right\} \\ R^{(v)} = \sqrt{(z^{(v)})^2 + (x^{(v)} - x_0)^2 + (y^{(v)} - y_0)^2} \end{cases} \quad (8)$$

В (8) подставляются значения $x^{(v)}$, $y^{(v)}$, $z^{(v)}$, из (4) и x_0 , y_0 , известные по результатам измерений в режиме позиционирования (с использованием GPS или других навигационных систем высокой точности). При определении $x^{(v)}$, $y^{(v)}$, $z^{(v)}$ по формулам (4) значения $x^{(v-1)}$, $y^{(v-1)}$, $z^{(v-1)}$ на начальном этапе измерений принимаются либо как априорно заданные, либо являются результатами замеров РЛС на этапе обнаружения цели и предварительного (грубого) оценивания её координат.

Построим оценку при приёме одного импульса с учетом ошибки, обусловленной наличием внутренних шумов приёмного устройства

$$\begin{cases} \hat{\beta}^{(v)} = \beta^{(v)} + \sigma_{\beta} n_{\mu_{\beta}}^{(v)} \\ \hat{\varepsilon}^{(v)} = \varepsilon^{(v)} + \sigma_{\varepsilon} n_{\mu_{\varepsilon}}^{(v)} \\ \hat{R}^{(v)} = R^{(v)} + \sigma_R n_{\mu_R}^{(v)} \end{cases} \quad (9)$$

где σ_{β} , σ_{ε} , σ_R – СКО измерений пеленгов и дальности; $n_{\mu_{\beta}}^{(v)}$, $n_{\mu_{\varepsilon}}^{(v)}$, $n_{\mu_R}^{(v)}$ – гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и

единичными дисперсиями (имеется ввиду, что $n_{\mu\beta}^{(v)}$, $n_{\mu\varepsilon}^{(v)}$, $n_{\mu R}^{(v)}$ – некоррелированы, ибо измерение первичных параметров – азимута β , угла места ε и временной задержки сигнала $\tau=2R/c$, где c – скорость распространения радиоволн, осуществляется различными измерителями).

Значения σ_β , σ_ε либо заданы, либо их можно определить по формулам потенциальной точности [3]. При этом следует учесть, что $\sigma_R = \frac{c}{2} \sigma_\tau$, где σ_τ – СКО измерения временного запаздывания сигнала, которое можно по формуле потенциальной точности [3]. Значения $\beta^{(v)}$, $\varepsilon^{(v)}$ и $R^{(v)}$ рассчитываются по формулам (8).

Уравнения фильтрации согласно [2] имеют вид:

$$\begin{cases} \hat{\Lambda}_{ps}^{(v)} = \hat{\Lambda}_3^{(v)} + K_{ps}^{(v)} \vec{G}_\lambda^{(v)}, \\ K_{ps}^{(v)} = \left[(K_3^{(v)})^{-1} - H_\lambda^{(v)} \right]^{-1}, \end{cases} \quad (10)$$

где
$$\vec{G}_\lambda = W_{q\lambda}^T K_q^{-1} \left[\hat{Q}_{mm}^{(v)} - \bar{Q}(\Lambda_3^{(v)}) \right]. \quad (11)$$

В (10) и (11) обозначено:

$\vec{G}_\lambda^{(v)}$ - вектор первых частных производных первичных параметров по координатам цели,

$K_{ps}^{(v)}$ - апостериорная корреляционная матрица ошибок оценивания,

$K_q^{-1} = (-Nq)^{-1}$, где Nq – матрица Фишера; является обратной корреляционной матрицей для первичных параметров и матрицей вторых частных производных логарифма отношения функции правдоподобия (ЛОФП) по первичным параметрам,

$W_{q\lambda}$ - матрица первых частных производных первичных параметров по элементам вектора состояния (координатам),

$\hat{Q}_{mm}^{(v)}$ - вектор оценок максимального правдоподобия первичных параметров,

$\bar{Q}(\bar{\Lambda}_3^{(v)})$ - вектор экстраполяционных оценок координат цели,

$K_3^{(v)} = K_{ps}^{(v-1)} + VV^T$;

$K_{ps}^{(v-1)}$ - апостериорная корреляционная матрица, определяемая на предыдущем этапе,

V – матрица, определяемая (6), откуда

$$B^T = \begin{Bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_z \end{Bmatrix}, \tag{12}$$

$$BB^T = \begin{Bmatrix} b_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & b_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & b_z^2 \end{Bmatrix}, \tag{13}$$

$H_\lambda^{(v)}$ - матрица Фишера, элементами которой являются вторые производные ЛОФП по координатам цели;

$$H_\lambda^{(v)} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 F}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \end{Bmatrix}. \tag{14}$$

Элементы матрицы $W_{q\lambda}$ по аналогии с [2] определяются формулой

$$W_{q\lambda} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \beta}{\partial x} & \frac{\partial \beta}{\partial y} & \frac{\partial \beta}{\partial z} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \\ \frac{\partial R}{\partial x} & \frac{\partial R}{\partial y} & \frac{\partial R}{\partial z} \end{Bmatrix}. \tag{15}$$

Определим элементы матриц $W_{q\lambda}$. Согласно [4] $\frac{d}{dx} \{\arctg x\} = \frac{1}{1+x^2}$ и

$\frac{dy}{dx} = f'(u)\varphi'(x)$, если $y = f(u)$, а $u = f(\varphi)$. Тогда из (1) имеем

$$\begin{cases} \frac{\partial \beta}{\partial x} = -\frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \\ \frac{\partial \beta}{\partial y} = \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \\ \frac{\partial \beta}{\partial z} = 0. \end{cases} \tag{16}$$

Элементы второй строки матрицы $W_{q\lambda}$ имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = - \frac{2(x - x_0)z^2}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^2 + z^2[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = - \frac{2(y - y_0)z^2}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^2 + z^2[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Элементы третьей строки матрицы $W_{\varphi\lambda}$ записываются в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial x} = (x - x_0)[z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{-0.5}, \\ \frac{\partial R}{\partial y} = (y - y_0)[z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{-0.5}, \\ \frac{\partial R}{\partial z} = z[z^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{-0.5}. \end{cases} \quad (18)$$

Определим элементы матрицы K_q^{-1} . Для этого составим матрицу K_q на основании уравнения (9). Она получается в виде

$$K_q = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_\beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\varepsilon^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_R^2 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Обратная корреляционная матрица согласно [5] вычисляется по формуле:

$$K_q^{-1} = \|a_{ik}^{(-1)}\|_1^3, \quad (20)$$

где
$$a_{ik}^{(-1)} = \frac{A_{ki}}{|A|}, \quad i, k = \overline{1,3}; \quad (21)$$

A_{ki} - алгебраическое дополнение элемента a_{ik} в определителе $|A|$ ($i, k = \overline{1,3}$).

Таким образом, после вычислений по формуле (21) имеем:

$$a_{11}^{(-1)} = \frac{1}{\sigma_\beta^2}; \quad a_{22}^{(-1)} = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2}; \quad a_{33}^{(-1)} = \frac{1}{\sigma_R^2}; \quad a_{12}^{(-1)} = a_{13}^{(-1)} = a_{21}^{(-1)} = a_{23}^{(-1)} = a_{31}^{(-1)} = a_{32}^{(-1)} = 0. \quad (22)$$

После подстановки (22) в (20) получаем

$$K_q^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_\beta^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_R^2} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Согласно (11) определяем вектор

$$\left[\hat{Q}_{\text{мн}}^{(v)} - \bar{Q}(\Lambda_3^{(v)}) \right] = \begin{bmatrix} \hat{\beta}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right\} \\ \hat{\varepsilon}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right\} \\ \hat{R}^{(v)} - \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

После перемножения (23) и (24) получаем

$$K_q^{-1} \left[\hat{Q}_{\text{мн}}^{(v)} - \bar{Q}(\Lambda_3^{(v)}) \right] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_\beta^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_R^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\beta}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right\} \\ \hat{\varepsilon}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right\} \\ \hat{R}^{(v)} - \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_\beta^2} \left[\hat{\beta}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right\} \right] \\ \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \left[\hat{\varepsilon}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right\} \right] \\ \frac{1}{\sigma_R^2} \left[\hat{R}^{(v)} - \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right] \end{bmatrix} \quad (25)$$

Перемножив (15) на (25), получаем

$$\bar{G}_\lambda = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где:

$$q_x = \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{1}{\sigma_\beta^2} \left[\hat{\beta}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right\} \right] + \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \left[\hat{\varepsilon}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right\} \right] +$$

$$+ \frac{\partial \beta}{\partial z} \frac{1}{\sigma_R^2} \left[\hat{R}^{(v)} - \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right] \quad (27)$$

$$q_y = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{1}{\sigma_\beta^2} \left[\hat{\beta}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right\} \right] + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \left[\hat{\varepsilon}^{(v)} - \text{arctg} \left\{ \frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right\} \right] +$$

$$+ \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \frac{1}{\sigma_R^2} \left[\hat{R}^{(v)} - \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right] \quad (28)$$

$$q_z = \frac{\partial R}{\partial x} \frac{1}{\sigma_\beta^2} \left[\hat{\beta}^{(v)} - \arctg \left\{ \frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right\} \right] + \frac{\partial R}{\partial y} \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \left[\hat{\varepsilon}^{(v)} - \arctg \left\{ \frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right\} \right] + \frac{\partial R}{\partial z} \frac{1}{\sigma_R^2} \left[\hat{R}^{(v)} - \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right] \quad (29)$$

В (27)-(29)

$$\begin{aligned} x_3^{(v)} &= \hat{x}_{ps}^{(v-1)}, \\ y_3^{(v)} &= \hat{y}_{ps}^{(v-1)}, \\ z_3^{(v)} &= \hat{z}_{ps}^{(v-1)}, \end{aligned} \quad (30)$$

для малоподвижной цели, для которой выполняется условие

$$\tau_{\text{корр}} \gg T_{\text{из}}, \quad (31)$$

где $\tau_{\text{корр}}$ - время корреляции координат цели при её перемещении в пространстве;

$T_{\text{из}}$ - время измерения координат с учетом времени, затраченного на фильтрацию.

С учётом того, что в уравнении (10)

$$K_{ps}^{(v)} = \begin{bmatrix} D_{ps,x} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & D_{ps,y} & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & D_{ps,z} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

запишем уравнение фильтрации для оценки (10) в скалярном виде

$$\begin{cases} \hat{x}_{ps}^{(v)} = x_3^{(v)} + D_{ps,x}^{(v)} g_x + K_{xy}^{(v)} g_y + K_{xz}^{(v)} g_z, \\ \hat{y}_{ps}^{(v)} = y_3^{(v)} + K_{xy}^{(v)} g_x + D_{ps,y}^{(v)} g_y + K_{yz}^{(v)} g_z, \\ \hat{z}_{ps}^{(v)} = z_3^{(v)} + K_{xz}^{(v)} g_x + K_{yz}^{(v)} g_y + D_{ps,z}^{(v)} g_z. \end{cases} \quad (33)$$

Таким образом, в уравнении фильтрации для оценки все величины, входящие в правые части уравнений, либо известны, либо их можно вычислить по формулам (26) и (30). Неизвестными являются лишь элементы корреляционной матрицы.

Во втором уравнении фильтрации (10) экстраполяционная матрица согласно [2] имеет вид

$$K_3^{(v)} = K_3^{(v-1)} + BB^T, \quad (34)$$

где матрица B определяется выражением (6). С учётом (6) имеем

$$B^T = \begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_z \end{bmatrix}. \tag{35}$$

Произведение матриц BB^T при этом получается в виде

$$BB^T = \begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_x & 0 & 0 \\ 0 & b_y & 0 \\ 0 & 0 & b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & b_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & b_z^2 \end{bmatrix}. \tag{36}$$

На основании правила сложения матриц [5], с учётом (36) и в предположении, что элементы матрицы $K_3^{(v)}$ равны элементам матрицы $K_3^{(v-1)}$, из (34) получаем

$$K_3^{(v)} = \begin{bmatrix} D_{ps,x} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & D_{ps,y} & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & D_{ps,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & b_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & b_z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{ps,x} + b_x^2 & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{xy} & D_{ps,y} + b_y^2 & K_{yz} \\ K_{xz} & K_{yz} & D_{ps,z} + b_z^2 \end{bmatrix} \tag{38}$$

Значения K_{xy}, K_{xz} и K_{yz} определяются типом и качественными показателями РЛС, включая тип и геометрию антенны. Если эллипсоид ошибок имеет линейные размеры сечений в плоскостях XOY l_x и l_y , а в плоскостях ZOY - l_y , l_z , то в первом приближении, можно считать, что $K_{xy} = l_x/l_y$ ($l_x > l_y$), $K_{xz} = l_x/l_z$ ($l_x > l_z$) и $K_{yz} = l_y/l_z$ ($l_y > l_z$) [6].

Далее определим элементы матрицы H_λ . Согласно [2] матрица H_λ имеет вид:

$$H_\lambda = \left\| \frac{\partial^2 F_\lambda}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} \right\|, \tag{38}$$

$$\text{где } \frac{\partial^2 F_\lambda}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} = \sum_{j=1}^{m_q} \sum_{\mu=1}^{m_q} \aleph_{j\mu}^{(v)} \left\{ \frac{\partial^2 q_j}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} [q_\mu(\vec{\Lambda}_3^{(v)}; \vec{S}^{(v)})] - \hat{q}_\mu^{(v)} + \frac{\partial q_j \partial q_\mu}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} \right\}, \tag{39}$$

m_q - количество первичных параметров, $\vec{S}^{(v)}$ - значение вектора состояния измерителя на v -том интервале, q_μ и q_j - μ -й и j -й – первичные параметры.

Итак, полагая в (38) и (39) $q = \beta, \epsilon, R$; $\lambda_1 = x$; $\lambda_2 = y$; $\lambda_3 = z$; $\aleph_{11}^{(v)} = \sigma_\beta^{-2}$; $\aleph_{22}^{(v)} = \sigma_\epsilon^{-2}$; $\aleph_{33}^{(v)} = \sigma_R^{-2}$; $\aleph_{12}^{(v)} = \aleph_{13}^{(v)} = \aleph_{21}^{(v)} = \aleph_{23}^{(v)} = \aleph_{31}^{(v)} = \aleph_{32}^{(v)} = 0$; $\vec{S}^{(v)} = 0$, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} &= \sigma_\beta^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right) - \hat{\beta}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 \right\} + \\ &+ \sigma_\varepsilon^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right) - \hat{\varepsilon}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right)^2 \right\} + \\ &+ \sigma_R^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} \left[\left\langle \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right\rangle - \hat{R}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 \right\}, \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} &= \sigma_\beta^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \beta}{\partial x \partial y} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right) - \hat{\beta}^{(v)} \right] + \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial y} \right\} + \\ &+ \sigma_\varepsilon^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x \partial y} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right) - \hat{\varepsilon}^{(v)} \right] + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \\ &+ \sigma_R^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial y} \left[\left\langle \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right\rangle - \hat{R}^{(v)} \right] + \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial R}{\partial y} \right\}, \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} &= \sigma_\beta^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \beta}{\partial x \partial z} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right) - \hat{\beta}^{(v)} \right] + \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial z} \right\} + \\ &+ \sigma_\varepsilon^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x \partial z} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right) - \hat{\varepsilon}^{(v)} \right] + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} + \\ &+ \sigma_R^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial z} \left[\left\langle \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right\rangle - \hat{R}^{(v)} \right] + \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial R}{\partial z} \right\}, \end{aligned} \tag{42}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \tag{43}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} &= \sigma_\beta^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \beta}{\partial y^2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right) - \hat{\beta}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial \beta}{\partial y} \right)^2 \right\} + \\ &+ \sigma_\varepsilon^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right) - \hat{\varepsilon}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right)^2 \right\} + \\ &+ \sigma_R^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \left[\left\langle \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right\rangle - \hat{R}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)^2 \right\}, \end{aligned} \tag{44}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} = \sigma_\beta^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \beta}{\partial y \partial z} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right) - \hat{\beta}^{(v)} \right] + \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial z} \right\} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sigma_{\varepsilon}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y \partial z} \left[\arctg \left(\frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right) - \hat{\varepsilon}^{(v)} \right] + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} + \\
 & + \sigma_R^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 R}{\partial y \partial z} \left[\left\langle \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right\rangle - \hat{R}^{(v)} \right] + \frac{\partial R}{\partial y} \frac{\partial R}{\partial z} \right\}, \tag{45}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z}, \tag{46}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z}, \tag{47}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} & = \sigma_{\beta}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \beta}{\partial z^2} \left[\arctg \left(\frac{y_3^{(v)} - y_0}{x_3^{(v)} - x_0} \right) - \hat{\beta}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} \right)^2 \right\} + \\
 & + \sigma_{\varepsilon}^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \left[\arctg \left(\frac{z_3^{(v)}}{\sqrt{(x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2}} \right) - \hat{\varepsilon}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right)^2 \right\} + \\
 & + \sigma_R^{-2} \left\{ \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \left[\left\langle \sqrt{(z_3^{(v)})^2 + (x_3^{(v)} - x_0)^2 + (y_3^{(v)} - y_0)^2} \right\rangle - \hat{R}^{(v)} \right] + \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \right\}, \tag{48}
 \end{aligned}$$

Формулы (40)-(48) определяют элементы матрицы

$$H_{\lambda} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 F}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \end{bmatrix}. \tag{49}$$

Выводы:

1. В результате проведенного аналитического исследования получен алгоритм фильтрации координат малоподвижной цели (вертолет, дирижабль и др.) в РЛС с известным местоположением. Алгоритм представлен формулами (10) в виде

$$\begin{cases} \hat{\Lambda}_{ps}^{(v)} = \hat{\Lambda}_3^{(v)} + K_{ps}^{(v)} \bar{G}_{\lambda}^{(v)}, \\ K_{ps}^{(v)} = \left[(K_3^{(v)})^{-1} - H_{\lambda}^{(v)} \right]^{-1}. \end{cases}$$

Входящие в формулы величины характеризуются выражениями (11), (26), (30), (37), и (49).

2. Полученные формулы (10) позволяют определить финальные оценки координат и погрешности их оценивания в стационарной области.

Список литературы

1. Гребенников В. Б., Котов А. Ф., Сошников И. А. Пеленгация движущейся цели двухбазовой угломерной двухпозиционной пассивной РЛС. 55 НТК. Сб. трудов. Ч. 3. Технические науки. - М.: МИРЭА. – С. 26-30.
2. А. Ф. Котов, В. Б. Гребенников. Импульсные многопозиционные радиотехнические системы. Радиотехника, №6 – 1987. С. 6-9.
3. Справочник по радиолокации/ Под ред. М. Скольника. Т. 1. – М.: Сов. Радио, 1976. – 456 с.
4. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. Справочник по математике/ Для инженеров и учащихся вузов. Изд. 3, перераб. –М.: ГИТТЛ, 1953. - 608 с.
5. Ф. Р. Гантмахер. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
6. Кондратьев В. С., Котов А. Ф., Марков Л. Н. Многопозиционные радиотехнические системы. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.